

La vida y la obra de Gödel: genialidad y obsesión

Francisco Rodríguez Consuegra

John Dawson, *Logical dilemmas: The life and work of Kurt Gödel*. Wellesley, Massachusetts: A.K. Peters, 1997. xiv + 361 pp. ISBN 156880253

Pretendo dar cuenta aquí de la primera biografía científica extensa de Kurt Gödel (1906-1978) que ha aparecido: una obra larga, cuidada y ambiciosa, escrita por uno de los mejores conocedores actuales de Gödel, historiador de la matemática, catalogador de los papeles de su *Nachlass* de Princeton, y miembro del equipo editor de sus *Collected works*, de los que han aparecido ya tres volúmenes.

Tras una exposición de contenidos y un prólogo, el libro se compone de catorce capítulos, en los que se va desgranando la vida de Gödel en conexión con sus diferentes descubrimientos y aportaciones a la lógica, la teoría de conjuntos, la filosofía y los fundamentos de la matemática (entre otras), estando dos de ellos dedicados a introducir al lector no versado a la historia de la lógica y al moderno desarrollo de la teoría de conjuntos. Finalmente, más de cuarenta buenas páginas de notas, tres apéndices, una bibliografía y un índice completan el aparato erudito de la obra.

Especial mención merece el impresionante conjunto de fuentes de las que se ha nutrido Dawson. Junto al masivo aporte del propio *Nachlass*, donde se puede hallar prácticamente todo papel que pasó por las manos de Gödel. El autor ha recurrido a diversos archivos y colecciones de correspondencia de varios países, ha realizado un número destacable de entrevistas e intercambios epistolares con personas que conocieron a Gödel o disponían de información relevante y se ha servido de la

valiosa ayuda de buenos especialistas actuales en la obra del genio austriaco.

El resultado que sale a relucir es un interesante intento de dotar de unidad lo que se sabe de la vida y la obra de este difícil personaje, tratando de hacer inteligible el heterogéneo y atractivo conjunto de anécdotas, rumores, datos científicos y medias verdades que habían venido circulando durante muchos años sobre tema tan fascinante. Por motivos de comodidad, me referiré primero al panorama global que el libro logra ofrecer de la vida de Gödel, para pasar luego a comentar la exposición que Dawson hace de sus aportaciones, publicadas e inéditas, ofreciendo también algunas consideraciones críticas, que versarán fundamentalmente sobre lo que podríamos describir como la falta de penetración de la obra en las motivaciones filosóficas del gran genio.

1. La vida: una mezcla de racionalidad y psicopatología

Los dieciocho primeros años de Gödel, de 1906 a 1924, son los de un niño de vida tranquila y acumulada en la pequeña y provinciana ciudad checa de Brno. Pero en el caso de Gödel, que de niño fue llamado por sus familiares 'señor porque', destacan ya rasgos identificativos: un intento de profundización en los fenómenos aparentes, a la búsqueda de la racionalidad subyacente, junto a una inteligencia excepcional (obteniendo sistemáticamente las notas máximas durante toda su educación primaria), pasando por cierta tendencia al ensimismamiento y al distanciamiento del medio, y por ciertos signos de inestabilidad emocional y síntomas de ansiedad. Curiosamente, sin embargo, en la formación secundaria el interés supremo son los idiomas y no las ciencias, aunque de las lenguas lo que más le atraía eran los aspectos formales. Su elección de la taquigrafía (*Gobelsberger*) como asignatura optativa, sin saberlo él, pondría en sus manos un útil instrumento posterior de protección de su pensamiento contra los extraños, consecuencia de otro de los rasgos de su personalidad.

De 1924 a 1929 tiene lugar el período de formación universitaria de Gödel, que culmina en su tesis doctoral, la cual constituye el principio de toda una serie de geniales descubrimientos. La universidad de Viena, ciudad cercana a Brno, constituyó el lugar donde Gödel aprendió historia de la filosofía, matemáticas y física, aunque como Dawson aclara, los registros oficiales de las asignaturas en las que se matriculó se han perdido. Forwängler y Hahn fueron, al parecer, los dos profesores que le influyeron en mayor medida, llegando el segundo de ellos a dirigir su tesis doctoral. Es precisamente a través de Hahn

que Gödel entra en contacto con el grupo después conocido como 'círculo de Viena', en cuyas discusiones toma rara vez parte activa, pero de cuya visión convencionalista de la matemática se siente ya a gran distancia. Por los registros de los libros que sacó de la biblioteca se descubre ya un interés temprano por temas paranormales, como la telepatía y la brujería, y por los recuerdos de sus compañeros se sabe que ya entonces apuntaban rasgos en él de gran penetración en los temas y de gran precisión, brevedad, claridad y dominio en los comentarios, siempre restringidos a cuestiones matemáticas.

En 1929 termina Gödel su tesis doctoral, dedicándose inmediatamente a dar a conocer los resultados alcanzados, principalmente a través de un artículo de 1930, donde la desaparición de la parte más filosófica de la tesis nos conduce a otro rasgo del gran genio: su miedo cerval y casi paranoico a la polémica, dado que uno de los temas abordados en la tesis presupondía el concepto de verdad matemática objetiva, que era visto entonces con gran desconfianza, como escribió más tarde [p. 59]. Los acontecimientos se suceden: tras la muerte de su padre en 1929, que apenas le afecta, se le reconoce doctor en 1930 y tras ello se dedica a buscar tema para su *Habilitationsschrift*, que culmina en sus ideas sobre la incompleitud de la aritmética (1931), verdadero núcleo de lo más genial de sus aportaciones a los fundamentos de la matemática. Dawson nos informa puntualmente del desarrollo de tales ideas, así como de las reacciones principales que suscitó.

Mientras se prepara para convertirse en *Docent* de la universidad, tiene lugar una invitación para el Institute for Advanced Study (IAS) de Princeton, institución que a la larga acogiera a Gödel hasta su muerte, pero por diversas razones la visita no tiene lugar hasta el otoño de 1933, una vez nombrado *Privatdozent* y habiendo ya impartido un curso de fundamentos de la aritmética. Tras un primer intento de viaje, frustrado por problemas de salud, imaginarios o reales, otra constante en su vida, Gödel da un curso en Princeton, y varias conferencias en diversos lugares, principalmente sobre el tema de la incompleitud, con algunas derivaciones filosóficas.

La vuelta a Austria en 1934, en un ambiente de progresivo desarrollo del nazismo y dificultades en las instituciones universitarias, desemboca en el primer brote depresivo serio de Gödel, que pasa una semana en un sanatorio psiquiátrico para ricos cerca de Viena, bajo diagnóstico de 'derrumbamiento nervioso' atribuido a exceso de trabajo. El restablecimiento es lento y Gödel se muestra aún más retraído en sus contactos sociales que antes de su visita a los EEUU, hasta el punto de que ante el terrible problema político que se cierra sobre Europa

parece completamente imposible [p. 107], lo cual no le impide interesarse más y más por las lecturas filosóficas.

El segundo viaje a Princeton, donde seguía siendo reclamado con gran interés por Veblen, tiene lugar en otoño de 1935, tras un breve curso de lógica en Viena, la demostración de la compatibilidad del axioma de elección con los axiomas usuales de la teoría de conjuntos, y otra breve estancia en un sanatorio. Pero de nuevo la salud mental le juega una mala pasada y tras poco más de un mes debe regresar a Europa aquejado de una grave depresión, para recuperarse de la cual pasa varios meses de 1936 en otro sanatorio psiquiátrico y disfruta otras estancias cortas en diversos hoteles en lugares tranquilos y apartados.

En uno de ellos es ya acompañado por Adele, su futura esposa, que comenzó a ejercer ya como "prubadota" de los alimentos que Gödel ingería, debido a su miedo obsesivo a ser envenenado (que le acabaría matando en la vejez), miedo que se extendía a la posibilidad de que su frigorífico despidiera gases letales. Era ya claro que Gödel tenía serios problemas mentales, y a sus lecturas de tratados de psiquiatría hay que añadir su estudio de un tratado técnico sobre el envenenamiento por monóxido de carbono.

1937 marca cierta recuperación de sus males, que le permiten dar lo que sería su último curso en Viena, y que resulta en la prueba de la consistencia de la hipótesis generalizada del continuo con los axiomas de la teoría de conjuntos. Pero Gödel seguía viviendo en otro mundo, pues no hay rastro de lo terrible anexión de Austria por Hitler (el *Anschluss*) en toda su correspondencia de esa época. Sin embargo, la relación con Adele le iba muy bien para su estabilidad emocional, así que se casa con ella en septiembre de 1938 en Viena, de forma tranquila y muy privada. Al parecer, habían vivido juntos durante varios años [p. 130], y ella había estado a punto de acompañarle a su anterior viaje a Princeton, pero Gödel había ocultado durante mucho tiempo la existencia de su novia a sus familiares e incluso a sus amigos más íntimos, probablemente debido al hecho de que Adele había estado ya casada y había trabajado como bailarina, cosa muy mal vista entonces, lo que hizo que la familia de Gödel se opusiera a la relación (aunque no "sus padres", como afirma Dawson [p. 34], pues su padre había muerto nueve años antes, cuando parece que Gödel y Adele no se habían conocido aún).

En 1938-39 Gödel viaja a Princeton, en lo que sería la última estancia allí antes de la emigración definitiva, alojándose no en un apartamento como otras veces, sino en un agradable hotelito, el Peacock

ina (donde, sin embargo, no hay libro de registro, con lo que no quedó constancia de tan prestigioso huésped, como quien esto escribe comprobó en 1991). Gödel da cursos en el IAS y en Notre Dame sobre sus últimos resultados en teoría en conjuntos (la consistencia de la hipótesis del continuo), lo que da lugar a una publicación posterior en forma de monografía; y participa en un congreso en Nueva York, donde conoce a Post, que él mismo podría haber demostrado el teorema de Gödel en 1921, "si hubiera sido Gödel" [p. 131]. Los avances de su parte oscura no descansaban por eso, como lo atestigua el hecho de que, en su obsesión por Leibniz y sus escritos, atribuyera la falta de algunos de ellos a una presunta destrucción, probablemente maligna, de los manuscritos correspondientes [p. 137].

En junio de 1939 vuelve Gödel a Europa a reunirse con su esposa y se dedica a solventar varios problemas burocráticos: sus dificultades para hacer efectivo su dinero americano en Austria (que dio lugar al único 'Heil Hitler' conocido escrito por Gödel en una carta); sus relaciones profesionales con la universidad de Viena; la alarmante declaración de apto para el servicio militar en el ejército alemán, y su visado para emigrar a los EE.UU. Dawson nos cuenta, creando cierto suspense, cómo todos los problemas se van resolviendo, hasta que por fin la pareja viaja a Princeton, esta vez con el célebre tren transiberiano, por barco desde Manila hasta San Francisco, y de nuevo por tren hasta Nueva York, a donde llegan en marzo de 1940, tras varias semanas de viaje. El fantasma de su salud mental se manifestó sólo en su necesidad de mentir al llenar el impreso de entrada en el país, pues respondió 'no' a la pregunta de si había ingresado alguna vez en una residencia psiquiátrica.

La llegada a Princeton supuso el agradable reencuentro con Morgenstern, que sería su mejor amigo durante muchos años. Según comentaba éste, el distanciamiento de Gödel del mundo real quedó reflejado en su respuesta a la pregunta por la situación en Viena tras el *Anschluss*, una vez comenzada la persecución de los judíos y otras catástrofes: "el café es horrible" [p. 153]. Si a esto añadimos el asombro al conocer a Adele, que describe como del tipo de la limpiadora vienesa, charlatana e inculta, y al descubrir el interés de Gödel por el tema de los fantasmas, el panorama de los Gödel en Princeton no parecía muy prometedor. Sin embargo, Morgenstern no pudo negar el gran bien que la relación con Adele le hacía a Gödel.

Durante los primeros años en el IAS, Gödel se concentró primero en la publicación de su monografía sobre el axioma de elección, y después, durante bastante tiempo, en sucesivos intentos de demostrar

la independencia de la hipótesis del continuo, en sus estudios sobre Leibniz y en algunas conferencias. Sin embargo, Gödel seguía siendo muy cauto a la hora de publicar algunas de sus ideas, en parte por la influencia del programa de Hilbert en la época (p. 156). El lado oscuro no hacía más que progresar, así que los Gödel se mudaban de un apartamento a otro tratando de evitar el supuesto peligro de envenenamiento por los gases de la calefacción y del frigorífico, cosa que sin duda debió influir en la reticancia del IAS a proporcionarle una plaza fija. El miedo a ser asesinado le conducía a evitar salir a la calle cuando visitantes extranjeros aparecían por la ciudad, y el miedo a los gases a prohibir que se cerraran las ventanas, lo que inundaba la casa de polvo e insectos. Sus rarezas se extendían, por supuesto, a las vacaciones, donde no se relacionaba con nadie, salía de noche, tenía ser robado, y por su vestimenta y atuendo fue confundido con un espión alemán (p. 160). Adele no parecía poder ayudarle mucho en tales cuestiones, pues ella misma padecía de soledad y frustración por no tener hijos, lo que suavizaba con animales de compañía, entre los que le gustaban mucho los gatos de Man, que carecen de rabo, así que al no poder conseguir uno costó mucho convencerla de no amputarle el suyo a otros gatos.

También a esta época pertenece la composición del célebre ensayo sobre la lógica de Russell en el volumen que Hilpp le dedicó a éste en 1944, que debido a su perfeccionismo llegó tarde y no pudo ser respondido por Russell en debida forma.¹ En todo caso, las obsesiones acostumbradas no cesaban. En primer lugar respecto a Leibniz, al acabar convencido de que algunos de sus escritos habían sido eliminados por una conspiración hostil, en segundo, respecto a sus problemas de salud y alimentación. Sobre ello Dawson nos cuenta detalles de sus muchos problemas, en especial de su estreñimiento permanente, que le llevó a ingerir laxantes de continuo, e incluso a llevar un cuidadoso registro de sus tomas diarias durante más de treinta años.

Entre 1946 y 1951 Gödel se dedicó principalmente a trabajar sobre problemas de cosmología matemática, en el contexto de la teoría de la relatividad, estimulado por una invitación a participar en un nuevo volumen dedicado a Einstein de la colección de Hilpp. De esos tra-

¹ Aunque no es exacto que Russell tomara el tema con sólo una pequeña nota de disculpa en el mismo volumen (p. 163). En una edición posterior Russell amplió sus comentarios, en particular sobre el tema de las implicaciones del teorema de Gödel para nuestra concepción corriente de la matemática. Tampoco es exacto que para Russell los resultados de incompleto supongan el hallazgo de una inconsistencia en la aritmética (p. 77), véase al respecto (Rodríguez-C. 1996).

hijos destacan sus ideas sobre universos rotatorios y sobre la relación entre relatividad e idealismo. Aparte de esto publicó un excelente estudio expositivo del problema del continuo de Cantor en estilo divulgativo, donde sale a relucir su extremo platonismo. De entonces procede su amistad con Einstein, de la que el primer sorprendido fue el propio Gödel, probablemente por la gran diferencia de personalidades. En tal contexto tuvo lugar la célebre anécdota de la concesión de la nacionalidad estadounidense a nuestro genio en 1948, consistente en su peligroso intento de convencer al juez de turno de que la constitución del país tenía las suficientes incoherencias como para permitir el paso a una dictadura [p. 180].

1951 fue un año importante en la tranquila vida de Gödel en Princeton. Por un lado, sus problemas de salud se acentuaron, llegando a estar a punto de morir por una grave hemorragia debida a una úlcera de duodeno; por otro, le es concedido el premio Einstein, su primer honor académico e inicio de todo un largo proceso de reconocimiento público, e imparte la conferencia Gibbs sobre las implicaciones filosóficas de sus resultados técnicos en materia de fundamentación de la matemática. Con ello, inaugura un fructífero período de intensa investigación sobre temas filosóficos, que duraría casi hasta el final de su vida y se caracterizaría por la renovada reticencia a publicar sus ideas al respecto, e incluso a darlas a conocer a sus allegados de más confianza. 1953 marca otro punto de inflexión importante: su nombramiento como catedrático en el IAS, que curiosamente señala su casi retiro de toda participación pública en actividades relacionadas con la matemática, acentuado por las muertes de tres buenos amigos: Einstein, von Neuman y Veblen.

Por cierto que su asistencia a un concierto en memoria de Einstein, con programa de música barroca, le llevo a comentar que había sido la primera vez que se permitía resistir un esfuerzo similar, dado que la música sinfónica le ponía muy nervioso (por considerarla "trágica"), prefiriendo, con mucho, las canciones populares, los programas de variedades en la televisión y las películas de dibujos animados de Disney, llegando a ver *Blancanieves* tres veces [pp. 181, 204, 209]. Sus gustos, más bien ingenuos y vulgares, unidos a sus creencias religiosas, más bien poco sofisticadas [p. 211], no debieron por tanto constituir ningún impedimento para su convivencia con Adele, que parecía compartirlos.

En los sesenta aparecieron diversas traducciones del artículo sobre incompletud de la aritmética, y la obra de Gödel fue haciéndose más conocida fuera de los estrictos círculos de especialistas. Uno de los

traductores, van Heijenoort, que pretendió contar con la aprobación de Gödel, le pagó bien caro: necesitó cruzar con él sesenta cartas y mantener dos entrevistas en ueden a solventar todos los problemas de matices y sutilezas de la traducción inglesa, hasta declarar que Gödel era el individuo más obstinadamente quisquilloso que había conocido. Su enfermizo perfeccionismo y pavor a la polémica se manifestaron también en esta época en su dedicación a la filosofía de la matemática, pues tras escribir seis versiones terminó abandonando un artículo sobre Carnap que estaba previsto para el volumen de la colección de Schilpp. Igualmente, Gödel dejaba sin publicar muchos materiales que hubieran hecho las delicias de los filósofos y rechazaba numerosas invitaciones a dar conferencias. El acontecimiento de la década fue sin duda la demostración de Cohen de la independencia de la hipótesis del continuo en 1963, que impresionó mucho a Gödel, pero no hizo que modificara ninguna de sus concepciones sobre el tema.

Incluso en vernejaute vida sobrepotejada, los demonios le seguían atacando, y aunque visitaba regularmente al psiquiatra, no lograba superar su obsesión por la alimentación y la evacuación; ello le produjo un estado cercano a la anorexia, le conducía a tomar un potente laxante, leche de magnesio, con el estómago vacío, así como a llevar puesto un reloj alarma de pulsera para avisarle en las horas de sus tomas de pastillas. En 1966 tuvo lugar la muerte de su madre en Viena, pero Gödel no quiso visitarla durante su enfermedad cardíaca, ni tampoco asistió al funeral: sin embargo, usó la habitual correspondencia con ella para consolarla y darle consejos sobre la salud, incluyendo su aprobación para el tratamiento de la angina de pecho con nitroglicerina, que él mismo le confiesa había comenzado a tomar hacia largo tiempo.

Dawson nos presenta la última década de su vida, de 1969 a 1978, como muy marcada por una progresiva retirada interior de todo, grandes esfuerzos por disimular sus depresiones, una serie de crisis psicóticas cada vez más largas, caracterizadas por síntomas cada vez más intensos de anorexia, hipovolemia y paranoia, todo lo cual lo acabaron conduciendo a un estado de cadáver viviente. Sólo en las temporadas de salud y lucidez pudo Gödel trabajar algo, lo que aprovechó para preparar un trabajo sobre la potencia del continuo (que se demostró equivocado más tarde), elaborar una demostración ontológica de la existencia de Dios (que no publicó por miedo), y mantener conversaciones filosóficas con Hao Wang, que logró su permiso para tomar notas.

En 1974 se le diagnosticó una inflamación grave de la próstata que le impedía orinar, pero como se negaba a operarse debía llevar un catéter puesto de forma permanente. Para colmo Adele, también en-

firma, estaba postrada en la cama de forma casi permanente, lo que hacía la vida cotidiana para ellos un auténtico drama. En 1976, Gödel tuvo que ser hospitalizado por una profunda desnutrición, pero se escapó del hospital sospechando de los médicos y convencido de que Adele se había gastado todos sus ahorros [p. 249]. Una nueva hospitalización no solventó nada y el agravamiento de la enfermedad de Adele, que motivó una operación de colostomía, tuvo efectos devastadores sobre él, que se agarraba a sus conversaciones telefónicas alucinadas con Morgenstern (quien a su vez se moría de cáncer) como única válvula de escape. La muerte de su amigo y la ausencia de Adele le dejaron hasta tal punto desecho que ni siquiera abría la puerta a sus más allegados [p. 252]. Finalmente, Adele le convenció para ingresar una vez más en el hospital, donde el 14 de enero de 1978 murió de 'desnutrición e inanición' debidas a sus problemas mentales, pesando sólo veintinueve kilos.

El libro nos presenta la vida de Gödel de forma bien documentada, al tiempo que atractiva para el lector. Dawson no duda en aducir a todos los aspectos de esa vida, por oscuros que sean, y logra de forma convincente enmarcarlos en el contexto de la trayectoria científica, hasta presentar de forma global las claves del genial pensador:

la mezcla conflictiva de ingenuidad, paranoia y preocupación fundamental por la verdad que fue central en la concepción del mundo de Gödel. Al tiempo que proclamaba el poder inequívoco de la razón humana, mantenía una profunda desconfianza sobre los motivos humanos. Como Euclides, se esforzó en 'buscar la belleza desnuda'. Sin embargo, al final halló la verdad sólo tras las apariencias. En todas las cosas buscó siempre las explicaciones *dentro de sí* [p. 245]

2. La obra: hallazgos geniales y motivación filosófica

Dawson nos presenta de forma clara, bien documentada, correcta técnica e históricamente los célebres resultados de Gödel en el campo de la lógica, la fundamentación de la matemática y la teoría de conjuntos, añadiendo, cuando se necesita, información básica a título de prerequisite para el lector no iniciado, al que a menudo se ayuda con las correspondientes simplificaciones. Así ocurre con la prueba de completud de la lógica elemental en la tesis doctoral (1929); los teoremas de incompletud de la aritmética (1931); la prueba de consistencia del axioma de elección con el resto de los axiomas usuales de la teoría de conjuntos (1935) y la consistencia de la hipótesis generalizada del continuo con los axiomas de la teoría de conjuntos (1937). Sin embargo, aparte de alguna observación muy aislada, que nu

se desarrolla como debería. Dawson no hace esfuerzo alguno por explicar la motivación filosófica subyacente a tales descubrimientos, ni por señalar y comentar al menos algunas de sus más importantes implicaciones filosóficas, ni mucho menos por indicar la forma en que tal esfuerzo podría dotar de unidad a esos geniales hallazgos. Trataré de suplir brevemente algunas de esas carencias en lo que sigue.

Sobre el primero de tales hallazgos, la prueba de que la lógica de primer orden es completa, es sabido que ello implica que si un sistema axiomático es consistente, entonces tiene un modelo, lo cual a su vez puede interpretarse como afirmando que consistencia y existencia son de algún modo equivalentes, lo que parecía estar a la base de la filosofía formalista de la matemática al estilo de Hilbert, del todo inaceptable para el platónico Gödel. Así, su relucancia a admitir una equivalencia semejante podría entenderse como la afirmación de que no podemos suponerla antes de haber demostrado la propia completud de la lógica elemental. En consecuencia, el siguiente paso de Gödel hacia la prueba de incompletud de la aritmética y de indemostrabilidad de la consistencia, puede verse como el esfuerzo por señalar los límites ontológicos de la simple consistencia, pues son precisamente los teoremas señalados los que determinan la imposibilidad de mantener la ecuación entre consistencia y existencia más allá de la lógica elemental.

En cuanto a la interpretación habitual de la prueba de completud, es decir, que para los lenguajes de primer orden una fórmula es lógicamente verdadera si y sólo si es lógicamente demostrable, lo que esto dice es precisamente que en tales lenguajes verdad y demostrabilidad son equivalentes, lo que vino a romperse también, si se quería llevar más lejos, con el resultado siguiente de incompletud. Así, todas las formas alternativas de señalar la misma equivalencia: entre consecuencia lógica y denyabilidad; entre consistencia semántica y consistencia formal, entre validez semántica y demostrabilidad sintáctica; y, en conjunto, entre semántica y sintaxis, todas esas formas, digo, resultan arrasadas por el siguiente resultado de Gödel, el teorema de incompletud, que viene, como en el párrafo anterior, a marcar unos límites de gran interés filosófico. Pero antes de que la incompletud fuera demostrada era imprescindible señalar el punto exacto hasta donde todas esas equivalencias eran plenamente aceptables.

Por eso creo que Dawson no glosa como debería el espectacular anuncio de Gödel en Königsberg en septiembre de 1930 de que pueden darse ejemplos de proposiciones de contenido intuitivamente verdadero, pero indemostrables en los sistemas formales clásicos de la matemática, anuncio que escondía el resultado ya alcanzado de la incompletud de

tales sistemas (como von Neumann hábilmente observó). Dawson cita a Carnap y su conocido uso de la consistencia como criterio de adecuación para teorías formales, como ya hizo en su nota introductoria al primer volumen de los *Collected works* de Gödel. Pero, como ya tuve ocasión de señalar (Rodríguez-C. 1992), aunque la ilusión es correcta y pueda identificarse la filosofía de la matemática de Carnap con la de Hilbert en aquella época, sin embargo no basta con decir que si podemos demostrar que puede haber un sistema consistente del cual podamos derivar un teorema falso, entonces la demostración de su consistencia no es suficiente para garantizar la verdad de todos sus teoremas, como creía Hilbert.

Habría que añadir explícitamente que el nexo entre el hecho de que un enunciado falso pueda demostrarse en un sistema consistente, y el hecho de que proposiciones verdaderas sean indemostrables en tales sistemas, se establece por la conclusión de Gödel a su continuación de Königsberg: Si existe alguna proposición de contenido intuitivamente verdadero que es indemostrable en la matemática clásica, entonces si añadimos la negación de tal proposición a los axiomas de la matemática clásica, obtendremos un sistema consistente en el que una proposición falsa puede demostrarse. Por lo tanto, podemos nosotros añadir, la consistencia no garantiza la verdad, ya que sistemas consistentes de la potencia de la matemática clásica pueden contener enunciados falsos. Filosóficamente esto significa que la consistencia no garantiza la existencia por lo que no podemos crear conceptos objetivos sencillamente construyendo sistemas axiomáticos. Por tanto, el formalismo en matemática no funciona precisamente porque no podemos reemplazar la intuición matemática por ninguna prueba de consistencia en el sentido algorítmico.

Estas carencias del tratamiento de Dawson salen de nuevo a relucir en su exposición de los resultados de incompletud; aunque en este caso se peca quizá de excesiva brevedad. Hay que reconocer que la presentación de las reacciones de algunos contemporáneos está especialmente lograda: entre ellas las de Hilbert, Herbrand, Zermelo y Finster. Otra cosa es la referencia a Russell, a la que me referí ya más arriba. El problema básico es que Dawson no hace el menor intento de señalar la trascendencia filosófica de la incompletud. Así, nada se dice de las posibles implicaciones para filosofías de la matemática distintas del formalismo, el intuicionismo y el logicismo, ni de las posibles salidas que podrían adaptarse dentro de ellas; tampoco de la importancia de la noción de verdad matemática objetiva, como opuesta a la mera demostrabilidad; ni de sus posibles conexiones con el tema de la intuición matemática; ni de cómo podrían usarse esos resultados en el marco de la polémica entre realismo y convencionalismo; por último, nada

se sugiere de las tan milladas implicaciones para el tema de la naturaleza de la mente humana. Valga en parcial descargo de Dawson que, como veremos más abajo, algo de todo esto se aborda en el comentario a algunos de los manuscritos inéditos.

El último de los más grandes resultados de Gödel fue la demostración de la consistencia relativa del axioma de elección (AE) y de la hipótesis generalizada del continuo (HGC) con los axiomas habituales de la teoría de conjuntos (ZF), a través de una ingeniosa construcción llamada de 'los modelos internos' que parte de un universo de conjuntos constructibles colocados en una jerarquía de niveles y la subsiguiente demostración de que tanto AE como HGC se cumplen en tal universo, con lo que son consistentes si ZF lo es. La presentación de Dawson es quizá demasiado breve y técnica para un libro de estas características, pero tiene la ventaja de esmarcar muy bien el nuevo hallazgo en su contexto histórico, así como de compararlo hábilmente con los resultados de incompletud anteriores, limitándose a recurrir sorprendentes y útiles paralelismos metodológicos y de planteamiento (p. 121). En este caso la falta de tratamiento filosófico es más comprensible pues este resultado es el más difícil de considerar desde ese punto de vista, aunque para el propio Gödel sus implicaciones caían más bien del lado positivista que del realista [véase Rodríguez-C. 1994].

Los años cuarenta marcan el abierto giro de Gödel hacia una dedicación filosófica casi completa. Desde el punto de vista de las publicaciones, la primera entrega consistió en su ensayo sobre la lógica de Russell de 1944, publicado en la colección Schilpp. El tratamiento de Dawson de ese artículo es muy insatisfactorio. Nuestro biógrafo se conforma con unas breves observaciones sobre la forma común en que Gödel y Russell enfocaron el tema del paralelismo entre los axiomas de la lógica y la matemática con los de la física, pues ambos se aceptan por sus resultados 'empíricos' en sus aplicaciones, limitándose a recurrir después a ciertos comentarios de Chihara al respecto [pp. 164-65]. Desgraciadamente, nada se dice del riquísimo análisis de Gödel sobre la analiticidad ni sobre los dos sentidos del término que cuidadosamente distinguió: El tautológico y el basado en el significado de los conceptos, a pesar de que es un tema recurrente en el resto de sus escritos filosóficos publicados e inéditos. Para Gödel las proposiciones de la matemática serían analíticas en el segundo sentido, pero no en el primero.²

2 Para un estudio extenso del paralelismo gödeliano entre matemática y física, así como de su tesis de la analiticidad, sui generis de la matemática, puede verse la introducción a [Rodríguez-C. 1994b].

Los trabajos de Gödel relacionados con la cosmología relativista y el idealismo kantiano de 1946-49 son un buen ejemplo del tipo de relación existente entre sus contribuciones técnicas y sus preocupaciones filosóficas. Como de costumbre, y en contra de lo que se ha escrito tantas veces, no es que Gödel hiciera apartamientos mentales de las que posteriormente extraía eventualmente consecuencias filosóficas. Más bien se trataba de lo contrario: en el curso de ciertas reflexiones filosóficas, investigaba técnicamente los temas relacionados con ellas a la busca de resultados que pudieran ser utilizados como argumentos a favor de la tesis que filosóficamente le parecía más convincente, que naturalmente era siempre la tesis más proclive a sus profundas convicciones realistas.

En este caso, si el realismo platónico es verdadero, entonces la realidad del tiempo y el cambio, entendidos como realidades absolutas, deberían ser ilusorias. Ahora bien, Kant mantenía que el tiempo y el espacio son formas a priori de nuestra sensibilidad, lo que parece hacer la posición de Gödel proclive a cierto idealismo kantiano: por otro lado, según Einstein, el espacio-tiempo no es una realidad absoluta, sino relativa a ciertos marcos de referencia, lo que en otro sentido venía a coincidir con las tendencias platónicas gödelianas. Parte de lo que hizo Gödel fue demostrar que pueden construirse modelos teóricos de universos rotatorios en los que tome cuerpo la posibilidad abstracta de la inexistencia de un tiempo absoluto universal, en los que se daba la circunstancia de que habría líneas cerradas que harían teóricamente posible un viaje a través del tiempo. La presentación de Dawson es interesante y accesible, al tiempo que deja claras algunas de las conexiones filosóficas señaladas. Incluso cita una carta de Gödel a su madre en la que éste afirmaba explícitamente que sus investigaciones filosóficas sobre el tema le habían llevado a resultados puramente matemáticos (p. 179), lo que vendría a confirmar nuestro punto de partida.³

Dawson dedica tres páginas a la conferencia Gibbs, que Gödel dio en 1951, y cuyo texto permaneció inédito por miedo a la polémica. La conferencia se dedicó explícitamente a estudiar las implicaciones filosóficas de algunos de los resultados de Gödel, muy especialmente de sus teoremas de incompletud, y se concretan particularmente en el carácter inexhaustible de la matemática, que condució a que no podamos prescindir de la intuición, como facultad imposible de reemplazar por métodos algorítmicos. Al mismo tiempo, Gödel defiende aquí la plena objetividad de los conceptos y hechos de la matemática, así como la

3. En todo caso, la relación entre objetivos filosóficos y resultados matemáticos es en Gödel bastante más complicada, sobre este punto puede verse el primer capítulo de [Rodríguez-C. 1994b].

capacidad de la mente humana para sobrepasar los poderes de toda máquina finita, posiciones éstas que le conducían necesariamente a oponerse a los intentos convencionalistas del positivismo lógico de reducir la matemática a sintaxis lógica del lenguaje. El resumen de Dawson es aceptable, pero incurre en falsedad al decirnos, para terminar su análisis, que el texto de la conferencia Gibbs se publicó por primera vez en 1995, en el vol. 3 de los *Collected works* de Gödel (p. 200). De hecho, en 1994 apareció una versión castellana completa que, mucho más extensa que la publicada en las obras completas, está basada en una reconstrucción alternativa de quien esto escribe: reconstrucción cuyo original en inglés apareció también en 1995, aunque más tarde que el tercer volumen mencionado [Rodríguez-C. 1994b].

La posición anticonvencionalista de Gödel se hizo patente en su máxima extensión en seis sucesivos intentos de elaborar un manuscrito para el volumen que Schilpp dedicó a Carnap. El libro apareció finalmente en 1963, aunque sin la colaboración de Gödel, que en parte por no obtener una versión final convincente, y en parte de nuevo por miedo a la polémica, renunció a la publicación. En esta ocasión Gödel, por única vez en su vida, realiza un detallado análisis de una posición filosófica opuesta a la suya, deteniéndose incluso en analizar textos concretos de Carnap y otros, y oponiéndoles argumentos en el sentido realista platónico ya mencionado, aunque hay que confesar que son los argumentos negativos y destructivos los que predominan en las diferentes versiones. El argumento negativo básico es que la matemática no puede reducirse a un sistema de sintaxis lógica del lenguaje pues, tras los resultados de incompletud, ningún sistema de tales características podría hacer algo semejante, a menos que hiciera uso de conceptos con la misma potencia que aquellos que quiere reducir, con lo que el intento sería igualmente baldío.

En esta ocasión Dawson no nos dice nada del contenido de los manuscritos, dedicándonos apenas una página a todo el conjunto, y limitándose a mencionar algunas de las circunstancias de su composición y su destino final como inéditos. Ello resulta bastante incomprendible, dado que su contenido es como mínimo igual de interesante que el de la conferencia Gibbs, dándose además la circunstancia de que al comparar las diferentes versiones permite poner de manifiesto el miedo creciente de Gödel a la polémica directa, como se ve claramente en el proceso de autocensura que le condujo de una primera versión de más de cien apretados folios a una sexta y final de no más de ocho. Para colmo, Dawson incurre en inexactitud sobre la primera publicación de estos ensayos, al escribir que dos de las versiones apare-

cierro en el mismo tercer volumen de los *Collected works* ya citado [p. 201], dando así a entender al lector que a esto se aplica lo dicho en la página anterior sobre la conferencia Götha: que se trataba de la primera publicación.

De hecho, una versión castellana del sexto y último intento se publicó en 1992 [Rodríguez-C. 1992b], es decir, tres años antes. Además, los intentos II y VI (en los *Collected works* se publicaron los intentos III y V) aparecieron en castellano en 1994, y en versión original inglesa en 1995 [Rodríguez-C. 1994b], hecho que Dawson conocía perfectamente, pues incluso disponía de un ejemplar de la edición inglesa desde principios de 1996. La situación se torna incluso más surrealista cuando echamos una ojeada a la bibliografía y vemos que Dawson ni siquiera cita esas publicaciones en ella. Como no se me ocurre ninguna explicación bien intencionada a ese notable hecho, espero que sea el propio Dawson el que la ofrezca, librándose así de las sospechas de haber caído en prácticas que deberían ser del todo ajenas al nivel ético acostumbrado en la comunidad científica.

El resto de aportaciones de Gödel, ya sean científicas o filosóficas, fueron ya menores: un artículo de 1958 en *Dialectica* sobre la consistencia de la aritmética (que no añade mucho a lo ya establecido por él mismo con anterioridad) y un corto ensayo inédito de 1959 sobre los fundamentos de la matemática a la luz de la filosofía (donde insiste en sus posiciones platónicas y anticonvencionalistas). Al parecer, Gödel se interesó mucho en esos años en la filosofía de Husserl, aunque sin poder hallar la forma precisa de conectarla con sus propias posiciones filosóficas.

En 1963, justo cuando Gödel terminaba una nueva edición de su trabajo divulgativo sobre la hipótesis del continuo de Cantor (que salió en 1964), apareció el gran resultado de Cohen, demostrando la independencia del axioma de elección y de la tal hipótesis respecto a los axiomas usuales de la teoría de conjuntos, cerrando así un curso de pensamiento que Gödel dejó sin terminar. Esos avances no le llevaron, sin embargo, a modificar un ápice sus posiciones filosóficas, sino a insistir en que seguramente la hipótesis del continuo sería finalmente demostrada falsa partiendo de axiomas más potentes que los conocidos hasta la fecha. Así, en lugar de reconocer que el descubrimiento de Cohen podría dar lugar a una teoría no cantoriana de conjuntos, completamente a la par con la cantoriana en sus implicaciones ontológicas a semejanza de la geometría no euclidiana que nació de la independencia del axioma de las paralelas, Gödel mantuvo hasta el final

su visión platonista sobre la realidad totalmente objetiva de los conceptos y verdades de la matemática.

Esa visión filosófica, reluciente a ser publicada, encontró finalmente algún cauce, a través de sus conversaciones con Hao Wang de 1971-72, primero a través de algunas citas de Wang [1974], y muy recientemente en un libro [Wang 1997, véase Rodríguez-C. 1999] íntegramente dedicado a glosar sus ricos contenidos en el marco general de la vida y la obra de nuestro genio.

En conjunto, el libro de Dawson es recomendable, a pesar de los defectos que he señalado en este trabajo. Biográficamente, como escribo más arriba, estamos probablemente ante la obra definitiva. Históricamente, la información que ofrece es fiable y está bien contrastada. Técnicamente, la presentación de los resultados de Gödel es breve y clara, por más que quizá no suficiente para el lector profano; asimismo, tales resultados se enmarcan de forma útil en un contexto general que aporta comprensión e interés. Filosóficamente es en lo que la obra deja bastante que desear, en parte porque Dawson es historiador y matemático, pero no filósofo, en parte por la tradición ya establecida de que los intereses filosóficos de Gödel eran marginales. Como vengo señalando desde hace años, la filosofía fue central en su obra y en su vida, hasta el punto de poderse defender la tesis de que Gödel fue esencialmente un filósofo a la busca de argumentos matemáticos definitivos en apoyo de sus doctrinas realistas, más bien que un matemático que ocasionalmente señalaba las implicaciones filosóficas de sus resultados técnicos.

Francisco Rodríguez Consuegra es profesor del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Valencia, España. Una lista completa de sus publicaciones, e investigaciones en curso está disponible en su página web <http://www.uv.es/~f-rodrigu/>. En la actualidad trabaja en dos libros: *Estudios sobre lenguaje y ontología* y *Mario Pittari's work on the foundations and philosophy of Mathematics* (con E. Marchionni).

Referencias

- RODRÍGUEZ-C., Francisco. 1992a. Reseña de Kurt Gödel. Collected works. Volumen I. *Modern Logic* 3: 58-74.
- . 1992b. "Un crédito de Gödel contra el convencionalismo histórico, análisis, contexto y traducción." *Arbor* 152: 558-560 pp. 137-148.
- . 1994a. Reseña de Kurt Gödel. Collected works. Volumen II. *Modern Logic* 4: 320 y 321.
- . 1994b. *Kurt Gödel. Ensayos inéditos*. Barcelona: Linyalba-Mondadori.
- . 1998. "Russell, Gödel and logicism". Contenido en: A. Irvine (ed.) *Bertrand Russell: Critical Assessments*. Londres: Routledge. 4 vols. vol. 2.
- . 1999. Ensayo reseña de Hao Wang 1997. Por aparecer en *Modern Logic*.
- WANG, Hao. 1974. *From mathematics to philosophy*. Londres: Routledge.
- . 1997. *From Gödel to Philosophy*. Cambridge Ma.: MIT Press.

