

Filosofía y matemáticas

Sandra Lazzer

Alejandro Tomasini Bassols. 2006. *Filosofía y Matemáticas: Ensayos en torno a Wittgenstein*. México: Plaza y Valdés Editores.

Ludwig Wittgenstein es, sin duda, uno de los filósofos más importantes no sólo del siglo XX, sino de todos los tiempos. Aunque su filosofía, en opinión del propio autor concierne principalmente a cuestiones relacionadas con la fundamentación de las matemáticas,¹ la asimilación de sus ideas sobre estos temas no fue un proceso que se desarrollara de manera simple. Cuando, en 1956, se publicaron las *Observaciones sobre los Fundamentos de las Matemáticas*, cinco años después de la muerte de Wittgenstein, la recepción de este texto por parte de los ‘especialistas’, como G. Kreisel, fue en general negativa. Esta mala acogida inicial de alguna manera hizo que las importantes contribuciones de Wittgenstein en filosofía de las matemáticas, en contraste con los que ocurrió con otras áreas de la filosofía, no fueran al principio debidamente valoradas. Sin embargo, esta situación se fue poco a poco modificando. Trabajos de wittgensteinianos de las nuevas generaciones han llamado la atención tanto sobre el valor intrínseco de las aportaciones de Wittgenstein en el ámbito de la filosofía de las matemáticas como de la ligereza con la que algunos intérpretes clásicos las han desestimado. El propósito general de estas nuevas investigaciones en torno al pensamiento matemático de Wittgenstein consiste, a grandes rasgos, en ofrecer estrategias de interpretación que nos permitan leer los textos wittgensteinianos acerca la naturaleza de las matemáticas y la exigencia de fundamentos en un contexto que respete y considere tanto las intenciones filosóficas como las

1. Véase [Nedo 1993, 57] donde se recoge la siguiente descripción del propio Wittgenstein concerniente a su filosofía: “El se ha preocupado principalmente por cuestiones en torno a los fundamentos de las matemáticas”.

orientaciones metodológicas del autor. En este proceso de relectura y de algún modo de reivindicación de la filosofía wittgensteiniana de las matemáticas, muchos son ya los autores y los textos con los que hoy se cuenta.

Una primera lectura, no muy atenta, del libro de Alejandro Tomasini Bassols que aquí reseño podría llevarnos a conjeturar que este libro es simplemente un texto más, aún considerando los indudables meritos ligados a la originalidad y la claridad expositiva del autor, que en el ámbito de la lengua española pasaría a engrosar el catálogo de obras con las características antes mencionadas. Sin embargo, a poco de entrar en el juego de ideas y reflexiones filosóficas que el autor nos propone se puede advertir que hay en este libro componentes ‘wittgensteinianos’ en dos sentidos diferentes que, dicho sea de paso, no es algo tan común aún entre aquellos autores dedicados al estudio sistemático del pensamiento matemático del filósofo austriaco, lo cual le da al libro un sesgo distintivo de novedad y originalidad. El libro de Tomasini es ‘wittgensteiniano’ en el sentido obvio de que se ocupa de algunos, quizá los más destacados, temas de reflexión filosófica en torno a la matemática que podemos encontrar en la obra de Wittgenstein. El autor, a través de una prosa precisa y eficaz en cuanto a lo expositivo, que sin embargo en ningún momento deja a la vez de ser elegante y amena, (cualidad está no tan común como se podría desear en trabajos académicos como este), reconstruye en forma magistral, por medio de una cuidadosa labor exegética, los puntos de vista efectivamente defendidos por Wittgenstein. Pero el autor además reclama la cualidad de ‘wittgensteinianos’ para diversos pensamientos propios contenidos en los ensayos que constituyen este texto, con los que matiza y completa la exposición y reconstrucción de las posiciones del propio Wittgenstein, dando lugar con esto a un texto en los que se puede claramente constatar la aportación del autor a las discusiones. No hay duda de la justeza de este reconocimiento en función de lo que el propio Tomasini logra aquí con sus ensayos. Lo que el autor imagina como una ratificación de un posible lector en la ‘Presentación’ del libro en el sentido de que nada de lo que allí se dice es incompatible con lo que Wittgenstein de hecho sostuvo y que los puntos de vistas defendidos por el autor son afines al pensamiento wittgensteiniano, es sin duda la única conclusión posible a la que un lector atento y sincero puede arribar.

Hay, empero, un segundo sentido de ‘wittgensteiniano’ al que me gustaría brevemente referirme, de acuerdo con el cual a mi entender el texto de Tomasini es un libro de auténtica filosofía wittgensteiniana. A diferencia de lo que pasa con un gran número de trabajos en el área,

trabajos en muchos caso de indudables méritos exegéticos y donde se pueden encontrar también tesis e interpretaciones de mucha originalidad, en *Filosofía y Matemáticas: Ensayos en torno a Wittgenstein* hay además una metodología, una estrategia de discusión, un estilo genuinamente wittgensteiniano de ‘concebir’ y ‘hacer’ filosofía. Lo que quiero destacar aquí es que se puede calificar de ‘wittgensteinianos’, tanto al libro como el autor, no sólo porque en él se encuentren temas wittgensteinianos de filosofía de las matemáticas, sino además porque el texto mismo es lo que quizás podría describirse como un muy buen ejemplo de una especie de ‘ejercicio’ de filosofía wittgensteiniana en un sentido más amplio. Este segundo aspecto es, si de destacar las características valiosas y originales del libro se trata, una cualidad que a mi entender ningún lector serio del texto debería pasar por alto. Nada de esto, sin embargo, debe hacernos pensar que el libro fue escrito para una cofradía de iniciados en temas de filosofía wittgensteiniana. Al contrario, cualquier lector atento que se deje llevar por una reflexión de corte wittgensteiniano sobre temas que son, por derecho propio, wittgensteinianos, encontrará en el libro de Tomasini planteos y discusiones críticas que apuntan al centro mismo de los problemas que atañen a eso que hoy llamamos ‘filosofía de las matemáticas’. Todo esto, a mi entender, le confiere un doble valor al libro: No se trata sólo de un estupendo texto de temas de filosofía wittgensteiniana en particular, sino que es además un excelente texto para todos aquellos lectores interesados en problemas filosóficos ligado con la matemáticas, sean o no wittgensteinianos.

El libro es una compilación de un conjunto de ensayos estupidamente estructurados e integrados que, como el propio autor nos lo aclara, fueron escritos en diversos momentos, a los largo de varios años. Los temas tratados, no obstante, cubren tan sólo una parte de las innumerables cuestiones que conforman la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein. No hay en este sentido pretensión de exhaustividad alguna, aunque sin duda las cuestiones tratadas formen parte de lo que podríamos calificar como ‘centrales’ o ‘medulares’ en la filosofía wittgensteiniana. El libro ofrece al lector una serie de muy logradas discusiones sobre diversos temas como, por ejemplo, los alcances de algunas de las muy polémicas reflexiones de Wittgenstein en torno a los teoremas de incompletitud de Gödel, la naturaleza de la geometría, la singular noción wittgensteiniana de inferencia matemática, el concepto wittgensteiniano de número, el *status* de la teoría de conjuntos y el supuesto convencionalismo de Wittgenstein, achacado a éste por más de un filósofo. El hilo conductor de estas discusiones es un decidido rechazo del

realismo en filosofía de las matemáticas, una bien conocida posición propia del pensar wittgensteiniano y que naturalmente Tomasini hace suya.

El primero de los ocho ensayos, ‘Gödel y Wittgenstein’, ofrece una singular visión del que quizás sea el más controvertido tema de los pensamientos de Wittgenstein en torno a las matemáticas, *i.e.*, las discusiones concernientes a algunos comentarios por parte de Wittgenstein acerca de los teoremas de incompletitud de Gödel. Algunas observaciones de Wittgenstein se refieren a los resultados asociados con estos teoremas. Estos resultados, que habían producido un gran impacto en la comunidad de matemáticos y filósofos dedicados a los problemas asociados con los fundamentos de la matemática, en el momento en que se dan a conocer las observaciones de Wittgenstein ya habían logrado capturar a un público importante de especialistas, quienes los reconocían como la conquista más valiosa de la lógica del siglo XX. Frente a los comentarios críticos de Wittgenstein, los primeros intérpretes de las *Observaciones sobre los Fundamentos de las Matemáticas* encontraron que las referencias a los resultados de Gödel no sólo constituían una especie de profanación de aquello que los matemáticos ya habían canonizado sino que, según ellos, lo que se ponía en evidencia era una clara ingenuidad o inclusive una incapacidad de parte de Wittgenstein para enfrentar y dar cuenta de los célebres teoremas. En años recientes se han mostrado el error y la injusticia cometida con alguna de estas interpelaciones. Se ha señalado cómo y por qué los comentarios de Wittgenstein no estaban dirigidos a la naturaleza interna del cálculo propuesto por Gödel, sino que se orientaban a las consideraciones filosóficas que suelen adherirse a dichos resultados. A Wittgenstein le interesaban las confusiones conceptuales, no las implicaciones matemáticas de un resultado formal y técnicamente impecable. El trabajo de Tomasini se inscribe en esta línea de argumentación pero aporta a ella dos elementos que me parecen ser muy acertados en cuanto a la correcta evaluación de lo que Wittgenstein sostiene. En primer lugar se ofrece al lector una muy acabada presentación de un fenómeno lingüístico cuyas implicaciones conceptuales atañen directamente a la discusión, esto es, el fenómeno de la auto-referencia. Pero además, luego de recorrer algunas de las cuestiones centrales que nos permiten entender el alcance de los comentarios de Wittgenstein, el autor ofrece una muy interesante tesis interpretativa a partir de que “el resultado de Gödel *no es estrictamente hablando un resultado matemático*, sino un resultado de (por así decirlo) otra clase y en el cual y para el cual *se usan las matemáticas*” [Pág. 38, el énfasis en la cursiva es mío]. La proposición demostrada

por la prueba de Gödel es una proposición abstracta, una proposición que se refiere al todo de las proposiciones matemáticas y es así como en este sentido pertenece a un ámbito extra-matemático que Wittgenstein denominó 'prosa'. De algún modo el de Gödel no es un resultado meramente matemático, sino meta-matemático (en un sentido hilbertiano) lo que separa claramente aquello que Wittgenstein sostuvo acerca de la naturaleza de las matemáticas del alcance de este resultado. Esta manera de entender las cosas le permiten al autor establecer además un punto de vista personal desde el cual evaluar el alcance y la importancia contenidas en el teorema de Gödel.

Los dos siguientes ensayos, 'Números Wittgensteinianos' y 'Wittgenstein: Lenguaje, números y aritmética', abordan el tema de la noción wittgensteiniana de número. En el primero de estos dos trabajos Tomasini se concentra en el esclarecimiento de la noción de número presente en el *Tractatus*. La intuición wittgensteiniana de una 'representación perspicua' del simbolismo matemático, esto es, una representación clara de nuestro sistema de reglas gramaticales, aunque éstas sean sólo de un sector reducido o limitado de nuestro lenguaje, es la clave para entender la propuesta tractariana, que es la que nos permite generar una visión correcta de la noción de número, evitando toda tentación de asociar a éste concepto algún tipo de entidad abstracta que actué como su referencia. El trasfondo de la crítica wittgensteiniana al logicismo es el punto de partida del análisis que aquí se nos propone, el que además incluye una muy clara exégesis de algunos elementos relevantes en torno a la noción de representación, aspectos ligados a la conocida teoría pictórica del lenguaje, así como una correcta reconstrucción de las nociones clave en este ámbito, como lo son las nociones de operación y de función. El autor además toma parte en favor de la posición wittgensteiniana, mostrando cómo es posible superar las críticas de las que la noción tractariana de número fue objeto.

El segundo de los artículos que componen este segmento dedicado al análisis del concepto de número comienza con una muy interesante descripción de cuáles fueron, a entender del autor, las causas que contribuyeron a que algunos de los primeros intérpretes tergiversaran y descalificaran las ideas wittgensteinianas de filosofía de las matemáticas. En mi opinión esta lista podría engrosarse. En este ensayo, sin embargo, el autor ahonda en el tema, el cual ya había sido considerado en ensayos anteriores: Las críticas de Wittgenstein al logicismo ruse-lliano. A continuación en el trabajo se ofrece un muy interesante análisis que muestra la vinculación y continuidad entre las ideas wittgensteinianas en torno a la noción de número presentes en el *Tractatus*, en las

que el autor había centrado su discusión en el ensayo anterior, y en las *Observaciones Filosóficas*. Tomasini presenta lo sostenido respecto de este tema en *Observaciones Filosóficas* como una suerte de refinamiento de la noción tractariana de número. Una muy interesante observación final del autor del ensayo que vale la pena destacar gira en torno a la clásica división en períodos muy marcados con un corte histórico determinado en la obra filosófica de Wittgenstein. Para Tomasini el corte histórico entre un período de juventud y uno de madurez no coincide necesariamente con el corte filosófico, el que estaría marcado por el planteamiento y desarrollo de la cuestión de ‘seguir una regla’. Esta cuestión es clave si se quieren entender las particularidades que Wittgenstein le atribuye a la noción de inferencia matemática, que es el tema de análisis del siguiente ensayo.

En el cuarto ensayo, ‘¿Qué es la inferencia matemática?’, el autor comienza su exposición analizando en detalle la cuestión del realismo matemático cuyo rechazo, como dijimos antes, es una especie de hilo conductor de todo libro. Tomasini desentraña los rasgos más sobresalientes de esta visión, bajo la forma de un tratamiento wittgensteiniano, en el cual queda de manifiesto que estamos en presencia de un mito filosófico, al que denomina el ‘mito realista’. Este análisis servirá como base para mostrar por contraste cuál es la posición de Wittgenstein respecto de la noción de inferencia. Esta noción surgirá entonces de una aclaración filosófica sobre aquello que los matemáticos dicen acerca de sus prácticas inferenciales, siendo que esta aclaración no constituye en manera alguna un desarrollo matemático, un cálculo, sino que es más bien lo que Wittgenstein denomina ‘prosa’. Es decir, esta fase constructiva en la que se ofrece una clarificación de qué debemos entender por inferencia matemática no toma cuerpo o se desarrolla a manera de una teoría, sino a través de aclaraciones y rectificaciones que se van haciendo como parte del análisis. ¿En que consiste, por ejemplo, el procedimiento que forma parte de nuestra praxis lingüística al que llamamos prueba? Al aclararnos cuestiones como éstas se van desechando mitos y enredos filosóficos, a la vez que se da cuenta en forma apropiada y convincente de la noción de inferencia matemática.

Los dos ensayos siguientes están dedicados al tema de la geometría. En ‘Geometría y Experiencia’ el autor explora las distintas respuestas que se han dado al tema de cómo vincular estos dos conceptos. Se reconstruyen algunas de las posiciones más representativas a este respecto, ofreciéndose a la vez una serie de muy originales pautas de interpretación en función de las cuales el autor logra plantear lo que considera una adecuada concepción del *status* de la geometría y de su particular

relación con la experiencia y el conocimiento. Siguiendo este rumbo, el autor sostendrá que el apartado conceptual wittgensteiniano permite dar expresión a las intuiciones presentes en otras escuelas e integrarlas en una concepción correcta, en algún sentido superadora de las anteriores. En ‘De espacios y Geometrías’ el autor trata el complejo tema concepto de espacio asociado con el desarrollo de la geometría, mostrando como en relación con esta noción no surge de los escritos tanto de destacados matemáticos y físicos, como de filósofos ni un acuerdo generalizado ni una cierta claridad conceptual sobre esta noción. Se presenta entonces la visión wittgensteiniana del concepto de espacio presente en el *Tractatus Logico-Philosophicus*, analizándose además distintos tipos de nociones de espacio (perceptual, matemático, físico) El lector podrá encontrar aquí una muy original propuesta del autor expresada en toda una serie de muy acertadas observaciones y sugerencias sobre posibles vías de salida para algunos de los problemas tradicionales asociados con el concepto de espacio desde, como era de esperar, una perspectiva wittgensteiniana. Sin embargo esta perspectiva no le impide al autor adoptar una posición crítica sobre lo insinuado por Wittgenstein en el *Tractatus* respecto a la idea de espacio vacío, mostrando los problemas de inteligibilidad que esta noción presenta.

En el penúltimo ensayo, ‘Teoría de Conjuntos y Filosofía’, el autor aborda el tema de la teoría de conjuntos y el rechazo wittgensteiniano a considerarla tanto como una teoría matemática en un sentido genuino como a adjudicarle a esta teoría alguna capacidad explicativa y fundacional respecto a ciertas cuestiones epistemológicas y ontológicas ligadas con ciertos objetos matemáticos. Para Tomasini, siguiendo una acertada exégesis de las ideas de Wittgenstein en relación con esta teoría, se trata más bien de un tipo especial de lenguaje formal, o si se prefiere de una técnica simbólica sólidamente establecida y desarrollada. En el ensayo el autor aborda algunos de los problemas filosóficos a los que da lugar la adopción incondicional por parte de los matemáticos de esta teoría, siendo estos problemas básicamente de carácter epistemológico y ontológico. El análisis de esta problemática permiten concluir que más que una ‘teoría’, lo que la visión teórico-conjuntista de las matemáticas puede ofrecer es un potentísimo instrumental formal, de gran maleabilidad, que posibilita el tratamiento de otro instrumental formal, esto es, el de las matemáticas (números y estructuras algebraicas). La tradición conjuntista en matemáticas ejerció y sigue ejerciendo una enorme influencia no sólo en su desarrollo, sino fundamentalmente en su filosofía. Wittgenstein fue sin duda un personaje no sólo externo sino opositor a esta tradición, lo que a mi entender contribuyó aún más

a que quienes fueron los primeros lectores e interpretes de las *Observaciones sobre los Fundamentos de las Matemáticas*, desestimaran, descalificaran y desaprovecharan las ideas de Wittgenstein.

Esta colección de ensayos termina con un trabajo en el que el autor analiza uno de los más controvertidos temas en torno a la interpretación de las ideas wittgensteinianas en filosofía de las matemáticas, a saber, el supuesto convencionalismo de Wittgenstein. A partir de que Michael Dummett presentara a Wittgenstein como un ‘full-blooded conventionalist’, es decir, un convencionalista de hueso colorado² se usó esta expresión y descripción para mostrar que el convencionalismo de Wittgenstein tuvo carácter radical o extremo. Según Dummett, para Wittgenstein cualquier enunciado que sea lógicamente necesario, (incluidos los enunciados matemáticos), lo es sólo en virtud de la expresión directa de una convención lingüística. Diversos comentaristas e interpretes han tanto adoptado como criticado esta interpretación dummettina. En ‘Convención y Necesidad Matemáticas’, Tomasini, de manera muy clara y convincente, aborda y matiza la tesis dummettiana mostrando en qué sentido puede considerarse a Wittgenstein un convencionalista y en qué sentido no. El autor analiza la manera en que es posible atribuir objetividad a la aplicación de signos y las reglas de un lenguaje como resultado de ciertas prácticas lingüísticas y extra-lingüística, apelando a la noción wittgensteiniana de concordancia que no es, en palabras del autor ‘una mítica convención’ [pág. 167] El establecimiento de una convención presupone siempre la concordancia en el uso de una técnica del lenguaje, el dominio de una técnica engendrada en conjunción con ciertas acciones. En el ámbito de las matemáticas una vez fijadas ciertas convenciones, por ejemplo el uso de un cierto símbolo para un determinado número, el resultado de la aplicación de dicho símbolo para realizar alguna operación en un cálculo ya no es una cuestión de convención. La objetividad propia de una noción como la de necesidad matemática aparece, ‘con la aplicación coordinada del simbolismo’ [pág. 170] lo que a la vez muestra un aspecto o un carácter social en la naturaleza del simbolismo usado en matemáticas. Con esto, según Tomasini, Wittgenstein se aleja del convencionalismo que Dummett le atribuyera abriendo una nueva perspectiva para dar cuenta de la verdadera naturaleza del lenguaje matemático, para explicar el desarrollo de las matemáticas y para aclararnos cuál es su autentica utilidad. Esta perspectiva da cuenta de ciertos requerimientos prácticos asociados al desa-

2. Esta es la traducción que Tomasini Bassols adopta de la expresión dummettiana, (véase pág 157 del texto).

rollo de las matemáticas, lo que el autor propone denominar como el *praxismo* de Wittgenstein.

Para terminar, quisiera decir que el libro de Tomasini logra eficazmente cumplir dos objetivos importantes: articular una excelente exégesis de las ideas y pensamientos de Wittgenstein de algunos de los más destacados temas en filosofía de las matemáticas; y, ofrecer argumentos propios del autor que sin duda pueden ser reconocidos como contribuciones originales y substanciales a la temática. Por todo esto *Filosofía y Matemáticas: Ensayos en torno a Wittgenstein* es un libro de lectura indispensable tanto para quienes quieran iniciarse en los temas de filosofía de las matemáticas, como para los expertos que quieran encontrar una voz original y polémica en el ámbito de la filosofía wittgensteiniana.

Referencias

Nedo, M. (ed). 1993. *Ludwig Wittgenstein. Wiener Ausgabe. Einführung*. Wien, New York: Springer Verlag