Mathesis **III 4$_1$** (2009) 1 - 33.

Los procedimientos demostrativos de los *Primeros Analíticos*[1]

Ana Bertha Nova

Resumen

Los procedimientos demostrativos de *Primeros Analíticos* son el tema central del ensayo. Un breve análisis de cada uno de ellos, su ejemplificación y la relación que guardan entre sí para observar su sencillez y claridad en este sistema deductivo formal. El estudio sólo se hace desde la perspectiva de la lógica asertórica y no desde la modal. Se estudia la conversión, la exposición y la reducción por separado, se toma en cuenta las características de cada una de ella y se las contrasta para reconocer su finalidad en las deducciones formales. Así, el estudio directo de los procedimientos demostrativos, su ejemplificación y posibles demostraciones formales son las principales preocupaciones de este trabajo.

Abstract

The demonstrative procedures of First Analytics are the main topic in the essay. A brief analysis of each one of them, their exemplification and the relation they sustain between themselves to observe their simplicity and clearness in this formal deductive system. The study only takes place from the perspective of the asertoric logic and not from the modal one. It studies conversion, exposition and reduction separately; it makes use of their characteristics and contrasts them in order to recognize their purpose in formal deductions. Therefore, the direct study of demonstrative procedures, its exemplification and possible formal demonstrations are the main concerns of this project.

Palabras clave: Aristóteles, lógica, *Primeros Analíticos*, asértivos
Key Words: Aristotle, logic, *Prior Analytics*, asertive
MSC 2000: 03-03, 03A05, 03B05

1. El término analítico tiene diversos sentidos en la obra aristotélica y vale la pena observar su origen. [Véase: Byrne, 9 *ss*.]; por otra parte, en nuestros días la preocupación por el estudio de los planteamientos aristotélicos aún es vigente [*Cfr*. Boger, 3 *ss*]. En cuanto al origen de la deducción puede verse [Doyle, 131 *ss*. y Kaap 1979, 35 *ss*].

En este trabajo se señala cómo funciona cada uno estos procedimientos y los elementos que les son propios, con la intención de mostrar su relevancia en el sistema deductivo formal de *PA*[1]. A partir del análisis de cada procedimiento será visible su importancia en la lógica formal; asimismo, será posible considerar si acaso lo que se realiza con uno de ellos puede llevarse a cabo con otro y si los resultados que se obtienen son los mismos.

Además, se contrastarán los métodos demostrativos deductivos de *PA* para reconocer sus límites y alcances en este sistema formal. Ciertamente, la contrastación entre estas vías demostrativas favorece que se vean sus elementos constitutivos y sus diferencias de los otros dos.[2] Así, se observa lo que tiene una que no es visible en las otras, sus carencias que no comparten las otras y, en cierta medida, la razón por la que es empleada una en vez de otra en un caso específico.

Ahora se verá el primer procedimiento demostrativo que aparece en *PA*, esto es, la conversión. Este breve estudio sobre la conversión toma en cuenta un análisis de lo que Aristóteles afirma que ella es, su aplicación en el lenguaje formal y su finalidad en la obra.

I. La conversión

La conversión es un procedimiento que se ejemplifica en el lenguaje natural, en las premisas donde puede llevarse a cabo, esto es, la universal afirmativa, la negativa y la particular afirmativa.[3] Aristóteles la emplea con frecuencia, con la intención de pasar de una deducción[4] imperfecta,[5] donde no aparecen distribuidos los términos de las premisas y la conclusión, esto es, donde el término medio no asume el papel

1. Para estudiar el lugar que ocupa la lógica en el pensamiento aristotélico véase: Weil1975, 89 *ss*].
2. Vale la pena recordar que también existen otros tipos de deducciones que aunque Aristóteles no las trata aquí son centrales en su sistema demostrativo [*Cfr*. Owen 1975, 113 *ss*].
3. Este procedimiento también se aplica sobre la lógica modal, explicada por Aristóteles también en *PA* [véase: Patterson 1990, 159 *ss* y 1995, 48 *ss*]. Una aproximación a la lógica modal está en Van Rijen [1989, 132 *ss*]. Hintikka también ilustra al respecto en [1979, 119 *ss*]. Lo mismo hace en [1975, 135 *ss*]. Finalmente, Cresswell [2001, 137 *ss*].
4. El estudio de la deducción es el punto de partida de Aristóteles para reconocer la relación que mantiene con la inducción, considerada como un tipo especial de deducción. *Cfr*. Hamlyn [1976, 169]. También Engeberg-Pedersen [1997, 303 *ss* y Upton 1976, 175]. Asimismo, vale la pena tomar en cuenta el artículo de Gifford [1999], donde ya se asume la epagoge como fundamental en la epistemología aristotélica.
5. Es una deducción donde no es obvia su validez ya que requiere una demostración mediante la que se introduzcan los pasos necesarios para que entre las premisas y la conclusión se haga evidente la necesidad que de las premisas se sigue la conclusión [*cfr*. Smith 1995, 36].

de sujeto en la premisa mayor ni el de predicado en la menor. Ello sucede en la segunda o tercera figura, por lo que se desea pasar a la perfecta,[1] donde el término medio aparece distribuido, ya que en la premisa mayor aparece como sujeto y en la menor como predicado, lo que se presenta en la primera.

La conversión es una vía por la que se invierten los términos de las premisas o de la conclusión para pasar de una figura a otra. Ella es empleada en todo tipo de deducciones que por su constitución son consideradas perfectas o imperfectas.

Con la conversión al invertir el orden de los términos de una premisa o conclusión se alcanza la primera figura, puesto que ellos, aun cuando cambian de lugar, no pierden ni alteran la deducción. La sencillez de este método y la manera como lo emplea Aristóteles en *PA* muestra un dominio[2] y confianza en el papel que juega en este sistema deductivo formal.

Lo importante es señalar que la conversión favorece que se pase una deducción de una figura a otra sin transgredir las reglas que constituyen este sistema deductivo formal. Da la impresión de que las ideas que tiene Aristóteles sobre el tema y las consecuencias que podrían observarse en cada caso son diversas, aunque sólo dé los rasgos generales y no se detenga, casi en ninguna afirmación, a señalar las consecuencias lógicas de lo que sostiene.

No obstante, la conversión, aun cuando es la vía demostrativa que más emplea Aristóteles no puede aplicarse sobre todas las premisas o conclusiones. El uso más claro de ella es en la universal negativa *AeB* y en la particular afirmativa *AiB*, pero en la universal afirmativa *AaB* sólo se aplica de manera parcial, en la medida en que habrá de pasar a una particular afirmativa *BiA* y en la particular negativa *AoB* no se aplica. Más adelante se darán ejemplos; por el momento se verá lo que expone Aristóteles sobre ella.

Aristóteles expone la conversión cuando señala cómo se aplica en la deducción. Este procedimiento se lleva a cabo en la deducción que se establece desde un principio. La meticulosa descripción que se hace de ella favorece que se observe *PA* como un sistema riguroso desde un principio. Aristóteles afirma:

> Y como cada premisa se da, o se da necesariamente o se da posiblemente, y de ellas unas son afirmativas y otras son negativas, según cada

1. Es un tipo de deducción donde es evidente que la conclusión se sigue necesariamente de las premisas sin ayuda externa alguna.
2. Ello se observa en todo *PA* [véase: Lear 1994, 239; Bochenski 1984, 75; Düring 1989, 151; Kneale & Kneale 1984, 67 y Mignucci 1977, 70].

> atribución,[1] y a su vez, de las afirmativas y negativas [unas] son universales, [otras] particulares y [otras] indefinidas, ciertamente, en la universal negativa es necesario que los términos se conviertan, por ejemplo: 'si ningún placer es un bien' tampoco 'ningún bien será un placer'; pero la afirmativa necesariamente se convierte, aunque no de manera universal sino particular, por ejemplo: 'si todo placer es un bien' también 'algún bien es un placer'; pero en las particulares, ciertamente, la afirmativa se convierte necesariamente de manera particular (pues 'si algún placer es un bien' también 'algún bien será un placer'), pero las negativas no [se convierten] necesariamente, (pues no [se sigue que] 'si hombre no se da en algún animal', 'animal no se dará en algún hombre').[2]

Este procedimiento demostrativo deductivo directo, esto es, la conversión se aplica sobre los tipos de premisa o conclusión que sería factible encontrar en las demostraciones deductivas de *PA.*[3] En este caso, las premisas o conclusiones pueden ser de tres tipos, a saber, las que sólo señalan la relación del sujeto y predicado, las que la señalan de manera necesaria y las que lo hacen de manera posible. Así, las premisas o conclusiones serán de deducciones asertóricas, necesarias y posibles. Puede observarse que el sistema deductivo de *PA* tiene una amplia perspectiva que no sólo se queda en el nivel asertórico. Asimismo, se menciona que las premisas pueden ser afirmativas o negativas y que en esta clasificación es posible observarlas como universales o particulares.

En esta minuciosa descripción de cómo se convierten las premisas es muy claro el orden intelectual y la completa concepción del tema que discretamente afirma paso a paso Aristóteles ya desde estas primeras líneas. Ahora bien, la conversión[4] para que se lleve a cabo requiere

1. πρόσρησις señala que hay tantos tipos de atribución como se enuncien, de acuerdo con un modo en cada caso, como premisa asertórica, necesaria o posible. También es posible encontrar explicaciones sobre las premisas en otros tratados de Aristóteles [*cfr*. Bäck 2000, 115 *ss*.]
2. *PA* 25ª1. ᾿Επεὶ δὲ πᾶσα πρότασίς ἐστιν ἢ τοῦ ὑπάρχειν ἢ τοῦ ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν ἢ τοῦ ἐνδέχεσθαι ὑπάρχειν, τούτων δὲ αἱ μὲν καταφατικαὶ αἱ δὲ ἀποφατικαὶ καθ᾿ ἑκάστην πρόσρησιν, πάλιν δὲ τῶν καταφατικῶν καὶ ἀποφατικῶν αἱ μὲν καθόλου αἱ δὲ ἐν μέρει αἱ δὲ ἀδιόριστοι, τὴν μὲν ἐν τῷ ὑπάρχειν καθόλου στερητικὴν ἀνάγκη τοῖς ὅροις ἀντιστρέφειν, οἷον εἰ μηδεμία ἡδονὴ ἀγαθόν, οὐδ᾿ ἀγαθὸν οὐδὲν ἔσται ἡδονή: τὴν δὲ κατηγορικὴν ἀντιστρέφειν μὲν ἀναγκαῖον, οὐ μὴν καθόλου ἀλλ᾿ ἐν μέρει, οἷον εἰ πᾶσα ἡδονὴ ἀγαθόν, καὶ ἀγαθόν τι εἶναι ἡδονήν: τῶν δὲ ἐν μέρει τὴν μὲν καταφατικὴν ἀντιστρέφειν ἀνάγκη κατὰ μέρος ẑεἰ γὰρ ἡδονή τις ἀγαθόν, καὶ ἀγαθόν τι ἔσται ἡδονή) , τὴν δὲ στερητικὴν οὐκ ἀναγκαῖον: ẑοὐ γὰρ εἰ ἄνθρωπος μὴ ὑπάρχει τινὶ ζῴῳ, καὶ ζῷον οὐχ ὑπάρχει τινὶ ἀνθρώπῳ. Las diversas versiones sobre *PA* se vieron en un principio; no obstante la de Smith [1989] es la más actual.
3. Una perspectiva sobre una teoría axiomática en *PA*, como sistema demostrativo está en Scholz [1975, 63]. También puede verse Barnes [1969, 68 *ss*].
4. Esta vía demostrativa es considerada por Lukasiewicz como regla del cálculo proposicional. Por una parte, la identifica con el silogismo hipotético $(p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$. La segunda vía sería el principio del factor: $(p \supset q) \supset [(p \,.\, r) \supset (q \,.\, r)]$. Estas reglas parecería que las presenta Aristóteles de manera intuitiva. p 51.

que los términos que componen las premisas puedan invertir su lugar en ella. Comienza con señalar que la conversa de la universal negativa *AeB*[1] 'ningún placer es un bien' es:

'ningún bien es un placer'[2]

Aquí ya ha pasado Aristóteles de la simple descripción de clases de premisas a la ejemplificación directa en este sistema deductivo formal, sin hacer algún tipo de comentario que pudiera generar alguna confusión. De la misma manera, cuando asume la universal afirmativa *AaB* anuncia que no sólo se invierten sus términos en la medida en que pase a particular, pues de 'todo placer es un bien' se obtiene:

'algún bien es un placer'[3]

En efecto, la esquemática descripción, acompañada de ejemplos que Aristóteles hace, favorece que no surjan dudas en cuanto al sentido de la conversión en *PA*. Sobre la particular afirmativa *AiB* no se presenta problema alguno, ya que se observa su conmutabilidad, es claro que de 'algún placer es un bien' se sigue:

'algún bien es un placer'

También señala que no es posible que en la premisa particular negativa *AoB* pueda aplicarse la conversión en la medida en que no se alcanzaría un resultado semejante al de los casos anteriores, así de 'hombre no se da en algún animal' no se sigue:

'animal no se da en algún hombre'

Queda claro en qué tipos de premisa o conclusión es posible que se aplique la conversión. Aquí, lo importante no es si son asertóricas necesarias o posibles sino sólo si son afirmativas o negativas, universales o particulares. De las cuatro posibles premisas o conclusiones que aparecerían en la demostración deductiva de *PA* sólo en la particular negativa *AoB* no se puede aplicar la conversión.

La descripción que hace aquí Aristóteles es indiscutiblemente rigurosa, visible desde el mismo lenguaje. Primero, enuncia los tipos de las premisas, esto es, asertórica, necesaria y posible; en segundo lugar, habla de premisas afirmativas o negativas. Más adelante aludirá a ellas con positiva y negativa. En último lugar, da la detallada y clara exposición de la conversión en las cuatro premisas.

---

1. En la Edad Media se designo a cada premisa o conclusión que postulaba Aristóteles [*cfr.* Smith 1995, 35]
2. Claramente se observa la simetría de *AeB* en su conversa *BeA*.
3. Podría considerarse que *AaB* pasa primero a *AiB* y luego se convierte.

Por otra parte, vale la pena tomar en cuenta que *PA* no sólo presenta un sistema deductivo formal que pueda aplicarse sobre premisas asertóricas, como ya se dijo. Éste también puede llevarse a cabo sobre premisas modales, es decir, premisas que estén precedidas por un functor de necesidad o posibilidad, lo que ciertamente es muy complejo de desarrollar sin error alguno. Por ello, sólo se toma en cuenta el empleo de premisas asertóricas. No obstante, Aristóteles también presenta los tipos de premisas o conclusiones donde puede aplicarse la conversión, esto es, las afirmativas universales y particulares y las negativas universales.

I.2 La conversión en el lenguaje formal

La primera parte de la descripción que hizo Aristóteles fue en el lenguaje natural, se señaló los tipos de premisa o conclusión donde puede llevarse a cabo la conversión y se ejemplificó cada una de ellas. Ahora, el lenguaje cambia y ya es riguroso y esquemático, similar al que se emplea en la matemática. Aristóteles considera:

> Ciertamente, en efecto, sea primero la premisa universal negativa *A[e]B*. Entonces si *A* no se da en ningún *B*, tampoco *B* se dará en ningún *A*; pues si [se da] alguno, como por ejemplo *C*, no será verdadero que *A* no se da en ningún *B*, puesto que *C* es uno de los *B*.[1] Pero si *A* se da en todo *B*, tampoco *B* se da en algún *A*, pues si [*B*] no se da en ningún [*A*], tampoco *A* se dará en ningún *B*, pero se supuso que [*A*] se da en todo [*B*]. Y de igual manera también si la premisa es particular, puesto que si *A* se da en algún *B*, también necesariamente *B* se da en algún *A*; porque si no se da en ninguno, tampoco *A* se da en ningún *B*. Pero si, en efecto, *A* no se da en algún *B*, no necesariamente tampoco *B* se da en algún *A*, por ejemplo: *B* es animal y *A* es hombre, ciertamente, en efecto, 'hombre no se da en todo animal', pero 'animal se da en todo hombre'.[2]

La descripción coloquial anterior ahora aparece de manera esquemática y nuevamente se comienza con la universal negativa *AeB*, pues:

$$PS^{3} \vdash SP$$

1. Aquí aparece por primera vez la exposición que se verá más adelante, por lo que el análisis que se desarrolla sobre la conversión no tiene en cuenta este otro procedimiento demostrativo.
2. *PA* 25ª14ss. Πρῶτον μὲν οὖν ἔστω στερητικὴ καθόλου ἡ Α Β πρότασις. εἰ οὖν μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχει, οὐδὲ τῷ Α οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ Β: εἰ γάρ τινι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχειν: τὸ γὰρ Γ τῶν Β τί ἐστιν. εἰ δὲ παντὶ τὸ Α τῷ Β, καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α ὑπάρξει: εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ Α οὐδενὶ τῷ Β ὑπάρξει: ἀλλ᾽ ὑπέκειτο παντὶ ὑπάρχειν. ὁμοίως δὲ καὶ εἰ κατὰ μέρος ἐστὶν ἡ πρότασις. εἰ γὰρ τὸ Α τινὶ τῷ Β, καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α ἀνάγκη ὑπάρχειν: εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ Α οὐδενὶ τῷ Β. εἰ δέ γε τὸ Α τινὶ τῷ Β μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ Β τινὶ τῷ Α μὴ ὑπάρχειν, οἷον εἰ τὸ μὲν Β ἐστὶ ζῷον, τὸ δὲ Α ἄνθρωπος: ἄνθρωπος μὲν γὰρ οὐ παντὶ ζῴῳ, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ ὑπάρχει.
3. En la notación de Aristóteles el predicado está antes que el sujeto, en el sentido de que pertenece a él. Aquí, en todo momento, se respetará el orden original que aparece en *PA* [véase: Smith 1989, xx].

$$AeB \vdash BeA$$

En este caso se implica que de 'ningún placer es un bien' se pase a 'ningún bien es un placer', como ejemplo de la universal negativa. Así, en la universal negativa *AeB* se aplicó la conversión. Lo mismo sucede en la universal afirmativa *AaB* y se da:

$$PS^1 \vdash SP^2$$
$$AaB \vdash BiA$$

En la universal afirmativa de 'todo placer es un bien' se pasa a 'algún bien es un placer'. Se aprecia la particularidad que adquiere la universal afirmativa *AaB* en la conversión. Cabe destacar que en este caso no sólo se invierte el lugar del sujeto y el predicado sino que también de universal se pasa a particular. Por su parte, la particular afirmativa *AiB* se convierte de manera semejante que la universal negativa *AeB*, así:

$$PS \vdash SP$$
$$AiB \vdash BiA$$

La particular afirmativa 'algún placer es un bien' pasa a 'algún bien es un placer'.

En estos tres casos se aplicó la conversión y sólo la universal afirmativa AaB tuvo un cambio especial ya que pasó a particular afirmativa *BiA*. Esto no puede llevarse a cabo con la particular negativa *AoB*, pues ella no daría una conversa que fuese considerada como consecuencia de su antecedente. Aristóteles considera que mediante un ejemplo en el lenguaje natural será más claro que de la afirmación 'hombre no se da en todo animal' no se siga 'animal no se da en todo hombre', por lo que no hay conversión, en la medida en que sus consecuencias no son las deseadas.

En el primer acercamiento a la conversión como procedimiento demostrativo de *PA* se señaló dónde se lleva a cabo. Así:

$$PS \vdash SP$$
$$AaB \vdash BiA$$
$$AeB \vdash BeA$$
$$AiB \vdash BiA$$

El sentido de la conversión se entiende a partir de como explica *AeB* y que de allí se pasa a la de *AaB* y a la de *AiB*. Con un mismo ejemplo que relaciona 'el placer' y 'el bien' se aplica la conversión. Ahora,

1. Véase la nota 8.
2. Sobre el uso de variables véase: Nidditch [1962, 8 *ss*].

puede observarse el procedimiento en el lenguaje coloquial y formal, pues: ‘ningún bien es un placer’ pasa a ‘ningún placer es un bien’ [Mignucci 1977, 87].

$$\begin{array}{r} PS \vdash SP \\ AeB \vdash BeA \end{array}$$

También se da en: ‘todo placer es un bien’ pasa a ‘algún bien es un placer’

$$\begin{array}{r} PS \vdash SP \\ AaB \vdash BiA \end{array}$$

Al igual que: ‘algún placer es un bien’, ‘algún bien es un placer’

$$\begin{array}{r} PS \vdash SP \\ AiB \vdash BiA \end{array}$$

El empleo sistemático de fórmulas, en este caso *AeB*, *AaB*, *AiB*, en la explicación que realiza Aristóteles evita cualquier tipo de ambigüedad y muestra los elementos propios de esta vía demostrativa en este sistema formal. En efecto, no se deja de lado el lenguaje natural, con los ejemplo del placer, y en un momento dado se introduce el formal, por lo que la exégesis es de una claridad inobjetable que favorece que se comprenda la conversión como procedimiento demostrativo de *PA*.

Sin embargo, da la impresión de que la conversión tiene el mismo peso en las partes de la demostración, en la medida en que se aplica sobre una premisa o una conclusión. No obstante, la conversión de *AaB* es posterior a la de *AeB*, en cuanto a que primero explica Aristóteles la universal negativa. En este caso de la universal afirmativa el cambio es significativo, pues no sólo se cambia de lugar el sujeto y el predicado sino que también de universal pasa a particular.[1] Así, en la universal negativa se intercambia el lugar de sus elementos mientras que en la universal afirmativa se pasa de universal a particular y también se invierte el orden de sus elementos

La conversión de *AeB* y *AiB* es clara, lo que no sucede con *AaB* ya que los cambios que sufre hacen que pase de universal a particular y cambie el orden de sus términos. Estos pasos, aun cuando Aristóteles los expone como independientes, sólo pueden ser aceptados a partir del ejemplo de *AeB*. No obstante, la conversión es la vía más simple y la más empleada en la teoría deductiva de *PA*, lo que le da una maleabilidad que no es visible en los otros dos procedimientos demostrativos de *PA*.

Por otra parte, sólo *AeB* y *AiB* pueden convertirse fácilmente. Su

1. En este caso no se observa la simetría presente en *AeB* y *AiB*.

consecuencia es clara, sus componentes sólo cambian de lugar en la premisa original y en la convertida:

$$
\begin{aligned}
PS &\vdash SP \\
AeB &\vdash BeA \\
AiB &\vdash BiA
\end{aligned}
$$

Lo que no sucede ni con *AaB* ni con *AoB* pues en sus términos no se da la conversión directa como *AeB* y *AiB*. En el caso de *AaB* la distribución de sus términos hace que se convierta en *BiA*. Por su parte, en *AoB* no se puede aplicar cambio alguno. Aristóteles no se preocupa por explicar la razón, se conforma con señalar que la relación entre los términos de *AoB* no es la misma que en los otros casos.

En conclusión, son tres casos donde se puede aplicar la conversión y han sido expresados en lenguaje coloquial y formal para evitar algún equívoco. Con ello en mente, podrá observarse qué finalidad tiene la conversión.

I.3 Ejemplo de la conversión

La minuciosa descripción de la conversión en los primeros pasajes del libro *A* de *PA* será complementada con la que aparece en el libro *B*. En los explicativos lugares del libro *B* señala con el mismo detalle los elementos que considera centrales en su comprensión. En estos pasajes lo hace de manera esquemática, con la intención de evitar equívoco en cuanto a los aspectos generales que implica. Así, sobre la conversión en la primera figura dice:

> Pero el convertir[1] es cambiar de sentido la conclusión y probar que o bien el [término] extremo no se dará en el [término] medio o bien éste [término medio] no se dará en el último. Pues es necesario que al convertirse la conclusión y al permanecer una premisa, la restante sea eliminada, puesto que si [la premisa] es [válida], también lo será la conclusión.[2]

El pasaje se explica cómo es posible que se dé la conversión en las deducciones para pasar a la primera figura. En la deducción original habrá de reemplazarse el orden de los términos, a veces de alguna premisa y a veces de la conclusión. La relación de los términos será tal que no haya nexo entre el mayor y el medio o que no lo haya entre el me-

1. Vale la pena señalar que el lenguaje que emplea Aristóteles en *PA* tiene una gran influencia matemática, como sería este caso y otros: συμπέρασμα, ἀνελύειν, ὑπόκειται, etc. Lo que implica el rigor que da a la demostración deductiva de *PA*. [Véase: Einarson 1936]
2. *PA* 59b1ss. Τὸ δ᾽ ἀντιστρέφειν ἐστὶ τὸ μετατιθέντα τὸ συμπέρασμα ποιεῖν τὸν συλλογισμὸν ὅτι ἢ τὸ ἄκρον τῷ μέσῳ οὐχ ὑπάρξει ἢ τοῦτο τῷ τελευταίῳ. ἀνάγκη γὰρ τοῦ συμπεράσματος ἀντιστραφέντος καὶ τῆς ἑτέρας μενούσης προτάσεως ἀναιρεῖσθαι τὴν λοιπήν: εἰ γὰρ ἔσται, καὶ τὸ συμπέρασμα ἔσται.

dio y el menor. Por ejemplo: *Cesare*[1] (II) pasa a *Celarent*[2] (I).

La conversión como procedimiento demostrativo favorece el paso de la universal a la particular, en el caso de las afirmativas. En el libro *B* se observa un intento de Aristóteles por llegar a las últimas consecuencias de la conversión en cuanto a procedimiento demostrativo sobre las figuras. Es posible observar que en el libro *B* de *PA* ya se da la explicación teórica de la manera como procede la conversión, expuesta de manera minuciosa sobre cada una de las figuras. Se reconoce que la conversión puede aplicarse de manera directa y clara en la segunda y tercera figura con la finalidad de alcanzar un resultado deseado, esto es, pasar a la primera.

2. La exposición en *PA*

La segunda vía demostrativa que expone Aristóteles en *PA* es la exposición. La exposición[3] es un procedimiento por el que se explica cómo se construye una deducción cuya conclusión es particular afirmativa o negativa. Con la exposición[4] se posibilita que de una premisa universal y una particular, se asuma como consecuencia una particular.

Como ya se dijo, el procedimiento demostrativo por exposición es el menos desarrollado en *PA.* Se pueden contar los pasajes[5] en las de-

1. El nombre de las deducciones de *PA* se debe a Pedro Hispano, quien lo hizo con el afán de mostrar sus características y facilitar su memorización [véase: Bochenski 1984, 78]. Por otra parte, La estructura griega presenta primero el predicado y luego el sujeto con la intención de señalar que el primero pertenece al segundo o se da en él.
2. El paso es a *Celarent* (I) y las de *Cesare* (II) muestra la conversión que habrá de practicarse a la premisa mayor. Por otra parte, un interesante estudio sobre los ejemplos que emplea Aristóteles en *PA* está en Ierodiakonou [2002, 129 *ss*]. Una posible demostración formal sería: *Cesare (II)-Celarent (I)*. En esta formalización traduzco a fórmulas las afirmaciones de Aristóteles y empleo las reglas de inferencia básicas que él mismo aplica. Asimismo, número los pasos que se siguen y anoto de donde proceden. Asimismo, ⊢ se emplea como signo de inferencia y las diagonales // para separar las deducciones, es decir, de la que se parte y a la que se llega y la diagonal en la segunda premisa para señalar la conclusión a la que se desea llegar:

MeN, *MaO*
NeO // *NeM*,*MaO*
NeO

1) *MeN*	*P*
2) *MaO*	*P* / *NeO*
3) *NeM*	Conv. 1
4) *NeO*	3 + 2

3. Algunos comentarios que ilustran el papel de esta vía demostrativa esta en Thorn [1981, 166 *ss*].
4. Un valioso trabajo que toca sólo el aspecto lógico del procedimiento es el de Smith, quien se preocupa por realizar reconstrucciones formales de ella [*cfr*. Smith 1983, 27 *ss*].
5. En lógica asertórica sólo son cuatro pasajes: 25ª14ss, 28ª18ss, 28b5ss, 28b15ss. En la lógica modal son dos: 30ª6ss, 30b31ss [véase: Candel [1994, 27 nota 23]. En cuanto a la lógica modal otros problemas esenciales sobre la filosofía aristotélica están en Sorabji [1980, 202].

ducciones asertóricas donde es empleada. No obstante, no es explicada de manera detallada como la conversión y la reducción, aunque siempre que aparece está al lado de ellas.

Desde el principio de *PA* describe Aristóteles cómo procede la exposición, pero no tiene el mismo tratamiento que los otros dos métodos, pues a diferencia de ellos sólo la aplica en algunos pasajes del libro *A* de *PA* y no se la explica con mayor rigor en alguna parte del libro *B*.

Quizás, resulta un poco sorprendente que Aristóteles la emplee tan brevemente en *PA*. Da la impresión de que tiene muy elaborada su idea de lo que significa la exposición en este sistema deductivo y sólo brevemente lo ejemplifica siempre al lado de la conversión o de la reducción. No obstante, vale la pena señalar que, por la manera como trata Aristóteles la exposición, parece que no es de gran importancia para el sistema deductivo formal de *PA*. En los ejemplos en los que aparece, se observan consecuencias enriquecedoras, que le dan mayor trascendencia al sistema demostrativo deductivo de *PA*.

La conversión y la reducción tienen como meta el pasar una deducción imperfecta, de la segunda o tercera figura a la primera. La exposición no tiene ese fin y no se presenta de la misma manera que las otras dos, aunque se afirma que mediante ella también se demuestra. Parece que con la exposición se explica cómo se relacionan los términos de una deducción. Sin embargo, sólo a partir de una instancia individual que se propone en las premisas se alcanza una conclusión particular afirmativa o negativa. Pero no se hace mucho por explicarla con mayor precisión y cuidado en *PA*.

2.1 Los pasajes en *PA* sobre la exposición

Aquí se toma en cuenta los lugares donde aparece la exposición, su empleo en la particular afirmativa y su aplicación en la particular negativa en la tercera figura. Se inicia su estudio al retomar ciertos pasajes. Aristóteles emplea la exposición directamente en un pasaje donde describe la conversión como vía demostrativa de *PA*, sin que lo diga directamente. De hecho, en este pasaje aparecen los tres métodos demostrativos aplicados en un mismo ejemplo, pero en este momento sólo se atenderá a la exposición. Es sorprendente que lo aplique y no enuncie ni explique qué es en sí este procedimiento ni exponga las razones por las que lo considera un método demostrativo del sistema formal de *PA*. Aristóteles lo emplea cuando afirma: “Ciertamente, en efecto, sea primero la premisa universal negativa *A[e]B*. Entonces si *A* no se da en ningún *B*, tampoco *B* se dará en ningún *A*; pues si [se da] alguno, como por ejemplo *C*, no será verdad que *A* no se da en ningún *B*, puesto que

C es uno de los *B*."[1]

En este breve pasaje Aristóteles inicia su descripción de la manera cómo trabaja la conversión en la premisa negativa *AeB*. Sin embargo, también demuestra mediante la exposición,[2] la existencia de un elemento común que se da entre el término mayor y el término medio.

Al aplicar la conversión en *AeB* se pasa a *BeA* pero Aristóteles dice que podría darse al menos un elemento en *B* por lo que ya no se hablaría de una universal negativa sino que se presentaría una particular afirmativa, *AiB*. A partir de la negación[3] de la conversión se infiere la particular afirmativa *BiA*.

La conversa de *AeB* es *BeA* y no tendría sentido de ser si en algún momento se diese la opción de que existiese algún elemento que perteneciera a *B*. Así, ya no se podría hablar de una universal negativa *BeA* sino que se habría generado una particular afirmativa *BiA*.

La exposición se aplica inmediatamente después de que se lleva a cabo la conversión de *AeB* que pasa a *BeA*. Sin embargo, cuando afirma que si acaso apareciera un elemento que se diera en *B*, como sería *C*, entonces se podría hablar de una premisa particular afirmativa *BiA*. Ello implicaría el empleo de la exposición en tanto que Aristóteles rechaza la premisa o conclusión universal negativa para asumir que podría darse una particular afirmativa.

En este caso, es innegable la riqueza propositiva de Aristóteles en este sistema deductivo formal. Este procedimiento por exposición bien podría darse como un punto de partida para la obtención indirecta de *BiA*, ya que mediante la conversión aplicada a *AeB* de manera indirecta se llegó a *BiA*,[4] que es su contradictoria [véase: Alexander 1883, 33.25 *ss*]. No obstante, Aristóteles no menciona aquí la exposición, sólo la emplea al pasar de una universal negativa *AeB* a una particular afirmativa *BiA*, por lo que resulta todavía más atractivo el pasaje y dá diversas opciones de interpretación.

Cuando se observa el sistema deductivo formal de *PA* se considera que la conversión y la reducción son suficientes para demostrar las deducciones que allí aparecen. Pero Aristóteles sorprende cuando intro-

1. *PA* 25a14ss. Πρῶτον μὲν οὖν ἔστω στερητικὴ καθόλου ἡ Α Β πρότασις. εἰ οὖν μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχει, οὐδὲ τῷ Α οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ Β: εἰ γάρ τινι, οἶον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῷ Β τὸ Α ὑπάρχειν: τὸ γὰρ Γ τῶν Β τί ἐστιν.
2. Lukasiewicz [1958, 22] considera que esta vía demostrativa bien puede ser el antecedente de la cuantificación existencial.
3. La exposición bien puede explicarse a partir de que si no es cierto que ningún *B* se da en *A*, es que hay un *B* que es *A*.
4. Al respecto vale la pena observar lo que opinaron los comentaristas posteriores a Alejandro [véase: Maconi 1985, 94 *ss*].

duce otro procedimiento, que en contados pasajes aparece en la obra y procura otros resultados.

En conclusión, la conversión de *AeB*, esto es, *BeA* se deja de lado al asumir un término expuesto, *C*, como un elemento de *B*, lo que posibilita se genere su contradictoria *AiB*. Así, es la exposición con la que se genera *BiA* y Aristóteles aclara lo que sucede al menos en un término, mediante una instancia del mismo. También, se señala que cuando existe un elemento que pertenece a uno de los términos que componen alguna premisa, en este caso *B* entonces ya no se puede hablar de premisa universal sino de particular. Así, aquí se trabajó con la exposición sin que se aludiera a ella ni se explica su papel en este sistema de deducción formal.

2.2 La exposición en la premisa particular afirmativa

Ahora se verá cómo se aplica la exposición en la premisa particular afirmativa en las deducciones propias de la tercera figura. El uso de la exposición como procedimiento demostrativo lo realiza Aristóteles en *PA* en contados pasajes, como se ha dicho, ya que en general mediante la conversión y la reducción demuestra una deducción de la segunda o tercera figura en la primera. No obstante, también enuncia que, aunque la deducción imperfecta puede llegar a ser perfecta a través de las otras dos vías, es posible también con la exposición explicar cómo se construye la conclusión de una deducción particular afirmativa o negativa.

> Ciertamente, en efecto, al ser universales, cuando *P* y *R* se dan en todo *S*, es necesario que *P* se dé en algún *R*; porque, en efecto, la predicativa se invierte, *S* se da en algún *R*; de modo que como *P* se da en todo *S*, y *S* se da en algún *R*, es necesario que *P* se de en algún *R*, porque llega a ser deducción de la primera figura. También es posible hacer la demostración a través de *lo imposible* y por la exposición, puesto que si ambos [términos] se dan en todo *S*, en caso de tomar uno de los *S*, por ejemplo *N*, éste se dará en *P* y *R*, de modo que *P* se dará en algún *R*.[1]

Lo primero que hace Aristóteles es señalar cómo *Darapti* (III) puede pasar a la primera por conversión, lo que en este momento no se toma en cuenta de manera detallada. Sin embargo, cuando afirma Aristóteles que también puede ser demostrada mediante reducción[2] o exposición, lo importante es que lo desarrolla a partir de la exposición.

1. *PA* 28a18ss. Καθόλου μὲν οὖν ὄντων, ὅταν καὶ τὸ Π καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ ὑπάρχῃ, ὅτι τινὶ τῷ Ρ τὸ Π ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ κατηγορικόν, ὑπάρξει τὸ Σ τινὶ τῷ Ρ, ὥστ᾽ ἐπεὶ τῷ μὲν Σ παντὶ τὸ Π, τῷ δὲ Ρ τινὶ τὸ Σ, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρχειν: γίνεται γὰρ συλλογισμὸς διὰ τοῦ πρώτου σχήματος. ἔστι δὲ καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ τῷ ἐκθέσθαι ποιεῖν τὴν ἀπόδειξιν: εἰ γὰρ ἄμφω παντὶ τῷ Σ ὑπάρχει, ἂν ληφθῇ τι τῶν Σ οἷον τὸ Ν, τούτῳ καὶ τὸ Π καὶ τὸ Ρ ὑπάρξει, ὥστε τινὶ τῷ Ρ τὸ Π ὑπάρξει.
2. Aunque no da detalle alguno de cómo llevarlo a cabo.

Brevemente, Aristóteles aplica la exposición al señalar que si ambos términos en este caso el mayor *P* y el menor *R* se dan en el término medio *S*. Con ello sería posible tomar uno de los *S*, en este caso *N*, por lo que éste también se daría en *P* y *R* como una instancia de *S*, lo que garantizaría la relación particular que se establecería entre *P* y *R*. Aristóteles presenta *Darapti* (III):

$$PaS,\ RaS \vdash PiR$$

En el caso de la exposición, al afirmar que *P* y *R* se dan en *S* de manera universal, cabe la posibilidad de que una instancia de la universal afirmativa *AaB*, en este caso *N* bien puede darse en *P* y *R*, por lo que se alcanzaría *PiR*, la conclusión particular afirmativa. La construcción de *PiR*, conclusión particular afirmativa, se dio como consecuencia de que en la premisa mayor, la universal afirmativa, *S* se relaciona con *P* y en la menor con *R*, por lo que de las relaciones universales de los términos se obtiene una instancia particular, en este caso afirmativa.

Con la exposición en un momento dado puede inferirse *PiR* de premisas universales afirmativas como *PaS* y *RaS*, en tanto que es una instancia de ellas. De modo que, con la exposición es posible asumir que al menos un elemento de una clase, entendida como término que compone la deducción se da en otra, lo que permite que se relacionen los términos universales de la deducción de manera particular. Asimismo, lo primero que surgirá como consecuencia de la exposición serán conclusiones particulares, en este caso afirmativas o negativas.

En efecto, la exposición se explica mediante una cuestión intuitivamente verdadera, en el sentido de que de dos premisas universales puede surgir una conclusión particular, pues al afirmar categóricamente algo es posible concluir al menos la existencia de un elemento que confirmase lo afirmado por las premisas. Como se ve en el ejemplo:

$PaS,\ RaS \vdash PiR$, donde se acaba de construir *Darapti* (III).

No hay problema en asumir que *N* es una instancia de *S* por lo que bien puede ocupar un lugar en la deducción original. En este caso, *P* y *R* pueden darse en *N*, lo que señala que se postula la existencia de una instancia del término medio *S*, presente en la mayor con *P* y en la menor con *R*, ello explica cómo se alcanza una conclusión particular, en este caso *PiR*.

Una conclusión particular afirmativa es consecuencia de que se aceptó la existencia de un elemento que pertenece a *S*, en este caso *N*, que podría ser asumido como a instancia del término medio o subclase de una universal que sería *S*. Al relacionarse *N*, la instancia de *S*, término medio con *P* y *R* favorece la generación de una deducción de la tercera figura. Queda claro que sólo se analizó un pasaje donde puede observarse la exposición en la tercera figura, cuando se termina de construir *Darapti* (III).

Se puede afirmar que Aristóteles trata la exposición de manera esquemática y rápida, sin que señale problemas insolubles como su empleo en este caso de *Datapti* (III). No obstante, aparecen otros ejemplos de exposición,[1] pero con el ya señalado se observa el proceder de tal vía demostrativa.

2.4 La exposición en la particular negativa

Vale la pena observar lo que sucede con la particular negativa, aunque el empleo de la exposición también lo realiza Aristóteles en ella, nuevamente son escasos los pasajes donde lo desarrolla. Los lugares donde se emplea la exposición en la tercera figura han sido relacionados con premisas y conclusiones afirmativas, lo que muestra como incompleto el desarrollo del tema por Aristóteles. No obstante, es incorrecta esa opinión ya que inmediatamente después de la explicación sobre ellas lo hace sobre la particular negativa. A diferencia de los anteriores casos, donde afirma que con la exposición se concluye una deducción ahora lo ejemplifica así:

> Pero, en efecto, si un [término] es predicativo y el otro es privativo, y el predicativo es universal, ciertamente cuando el [término] menor sea predicativo, habrá deducción. Puesto que si *R* se da en todo *S*, y *P* no se da en algún [*S*], es necesario que *P* no se dé en algún *R*. Porque si [*P*] se da en todo [*R*], y *R* [se da] en todo *S*, también *P* se dará en todo *S*, pero no se dio. Y también se demuestra sin *la reducción*, si se toma uno de los *S* que no se da en *P*.[2]

Lo primero que se toma en cuenta es que en la tercera figura no se demuestra conclusión universal alguna, sólo particulares por lo que es factible que:

$$PoS, RaS \vdash PoR$$

se obtenga *Bocardo* (III).

La deducción no se ve alterada, pues si se toman en cuenta los supuestos:

$$PaR, RaS \vdash PaS$$

1. *PA* 28b7ss y 28b15ss.
2. *PA* 28b15ss. ᾿Εὰν δ᾽ ὁ μὲν ᾖ κατηγορικὸς ὁ δὲ στερητικός, καθόλου δὲ ὁ κατηγορικός, ὅταν μὲν ὁ ἐλάττων ᾖ κατηγορικός, ἔσται συλλογισμός. εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντί, καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π παντὶ τῷ Σ ὑπάρξει: ἀλλ᾽ οὐχ ὑπῆρχεν. δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ᾧ τὸ Π μὴ ὑπάρχει.

se hablaría de la primera figura en *Barbara* (I) pero Aristóteles dice que la demostración se puede realizar sin la reducción. En este caso, se asume la exposición como vía demostrativa al considerar que: "[…] *P* no se da en alguno de los *S*." En este sentido, es difícil asumir que si *P* no se da en algún *S* término medio, entonces existe un *M* tal que se de en *S* y que no se da en *P* ni en *R*, por lo que se obtiene una conclusión particular negativa:

$$PoS(M), RaS(M) \vdash PoR$$

Aristóteles emplea la exposición primero para generar conclusiones particulares afirmativas y después también lo hace para alcanzar la particular negativa. Lo importante es reconocer que la conclusión *PoR* es consecuencia de asumir que hubo una instancia del término medio *S*, que no se dio en el menor *R*, por lo que se construyó *Bocardo* (III). En efecto, este procedimiento empleado en *Bocardo* (III) es similar al de *Darapti* (III) pero en este caso con la intención de asumir la particular negativa *AoB* como conclusión. Puede observarse que Aristóteles pretende dar el mayor número de posibilidades demostrativas, como en el caso de *AoB* ya que mediante la exposición fue posible obtenerla en la deducción.

Aristóteles demuestra que la conclusión particular negativa *PoR* surge de la misma manera que la particular afirmativa *PiR*. Su diferencia está en que en la particular afirmativa se considera que existe al menos un elemento en *S*, el término medio, que se daría al menos en *P*, el mayor. En la particular negativa se considera la no existencia de al menos un elemento en el medio que se dé en el menor. Ésta es una explicación de cómo puede entenderse la exposición en la construcción de *Bocardo* (III), en el sentido de que se considera que "[…] *P* no se da en alguno de los *S*."

Este procedimiento poco empleado en *PA* no fue visto como claro y capaz de facilitar la demostración de deducciones de la segunda y tercera figura en su paso a la primera. Más bien podría observarse como una vía por la que se explica cómo se construye una deducción a partir de introducir premisas particulares, con la finalidad de alcanzar una conclusión particular afirmativa o negativa.

Lo importante es observar que mediante la negación también se puede alcanzar una deducción con conclusión particular, que consecuencia de una instancia de alguna universal, al menos. En la antigüedad se consideró que la exposición era un método por el que se obtendría algún tipo de evidencia perceptual, en el sentido de que se daría una instancia particular como consecuencia de una universal [véase: Alexander 1883, 32.12]. Así, se observa que la exposición nada tiene que ver con la finalidad de *PA*, en el sentido de demostrar el paso de una deducción de la segunda o tercera figura a la primera, por lo que se podría dejar de lado.

Por otra parte, la exposición más bien parece una vía por la que se puede señalar una excepción de la regla, esto es, de alguna premisa universal es posible que se extraiga al menos un elemento mediante el que se genere alguna conclusión particular. Lo importante de la exposición es que facilita que se entienda cómo se construye una deducción con conclusiones particulares afirmativas o negativas. Con la exposición se alcanza una conclusión particular afirmativa como *AiB* o una particular negativa como *AoB*, aunque no queda claro el procedimiento para ello, ya que sólo se lo señaló. Sin embargo, aún con lo poco que la expone Aristóteles se la puede observar como una vía para entender cómo se concluye una deducción en *PA*. Su capacidad constructiva es innegable y las consecuencias que se pueden observar en este sistema formal bien pueden trascender.

3. La reducción

La reducción es una vía demostrativa por la que se pasa de una figura a otra. A diferencia de la conversión que trabaja sobre la deducción original, la reducción introduce la falsedad como punto de partida para alcanzar la figura deseada. Con ella se asume como falsa la conclusión de la deducción original y verdadera su contradictoria. La reducción es un procedimiento por el que se pasa de la segunda y tercera figura a la primera, considerada perfecta por el orden que tienen sus términos en las premisas y en la conclusión. Al igual que la conversión, la reducción es ampliamente explicada y ejemplificada en *PA*, pues en el libro *A* se la enuncia, describe y ejemplifica a cada momento. Por otra parte, en el libro *B* ya se la asume de manera más abstracta, en el sentido de mostrar paso a paso cómo se realiza y lo que sucedería si acaso se toma la contraria o la contradictoria[1] de una conclusión cuando se la emplea en una deducción.

Aristóteles considera que todo lo que se demuestra por reducción también puede probarse por la conversión. En todo *PA* no deja de señalar que la reducción en su proceder ha de echar mano de un elemento externo a la deducción original, a saber, de la falsedad. Lo que significa que se considera como falsa la conclusión de una deducción y su contradictoria como verdadera, el punto de partida para la construcción de una nueva deducción.

1. Al respecto es muy valiosa la explicación de Lukasiewicz sobre la contradicción en Aristóteles [véase: “Aristotle on the Law of Contradiction” p 51 *ss*.

En todo momento, Aristóteles señala cómo funciona dicho procedimiento demostrativo, aunque ciertamente, en algunos casos no es muy fácil seguir sus planteamientos por lo breve y sistemático que aparece; no obstante, un cuidadoso análisis de los pasajes muestra una gran riqueza intelectual en los planteamientos. Aquí sólo se destaca su presencia en *PA* como procedimiento demostrativo. No obstante, la reducción será comprendida a partir de los ejemplos que da Aristóteles en las tres figuras. Por ello, primero se verá cómo procede esta vía en la segunda figura, su desarrollo en la tercera y su finalidad como procedimiento demostrativo.

3.1 Un ejemplo de reducción en la segunda figura

Quizás, los casos más claros donde se aplica la reducción en *PA* aparecen cuando se trata de mostrar *Baroco* (II) y *Bocardo* (III). Aristóteles lo hace de manera directa, sin preámbulos, pues asume las deducciones como tales y poco a poco las desarrolla por reducción. Al enunciar las deducciones de la segunda figura y tratar *Baroco (II)* afirma:

> Nuevamente, si, en efecto, M se da en todo N, pero [M] no se da en algún O, necesariamente N no se da en algún O, porque si [N] se da en todo [O] y también M se predica de todo N, necesariamente M se da en todo O, pero se asumió que en alguno no se da.[1]

En efecto, se propone *Baroco* (II) cuando se afirma:

$$MaN,\ MoO \vdash NoO$$

Inmediatamente realiza Aristóteles la reducción, al tomar en cuenta la contradictoria de la conclusión que es *NaO* y aparece como premisa menor, que une a la premisa mayor *MaN* que es universal afirmativa para alcanzar también una conclusión universal afirmativa en *Barbara*[2] (I): La reducción es comprensible aun cuando es esquemática la postu-

1. *PA* 27ª37ss. πάλιν εἰ τῷ μὲν N παντὶ τὸ M, τῷ δὲ Ξ τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ N τινὶ τῷ Ξ μὴ ὑπάρχειν: εἰ γὰρ παντὶ ὑπάρχει, κατηγορεῖται δὲ καὶ τὸ M παντὸς τοῦ N, ἀνάγκη τὸ M παντὶ τῷ Ξ ὑπάρχειν: ὑπέκειτο δὲ τινὶ μὴ ὑπάρχειν.
2. Una posible demostración formal sería: *Baroco* (II)-*Barbara* (I). Para la explicación de la formalización véase la nota 22.

$$\begin{array}{c} MaN,\ MoO \\ \vdash NoO\ //\ MaN, NaO \\ MaO \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 1)\ MaN & P & \\ 2)\ MoO & P & \\ 3)\ NoO & P & \therefore MaO \\ 4)\ NaO & \text{red } 3 & \\ 5)\ MaO & \text{red } 2 & \end{array}$$

lación de *Baroco* (II) y su paso a *Barbara* (I). En este breve pasaje se aplica la reducción en una deducción de la segunda figura para pasarlo a la primera. Como se asume la hipótesis de la falsedad de *NoO* entonces se introduce su contradictoria *NaO* y se la toma como premisa menor de *Barbara* (I). Por otra parte, en el caso de la segunda figura el término medio de la deducción original, *Baroco* (II) aparece como término mayor de la conclusión de la deducción reducida, esto es, *Barbara* (I).

Aristóteles emplea la reducción sin preocuparse por explicarla o introducirla de manera teórica sino que la aplica directamente a un caso específico; asimismo, tampoco, después de llevarla a cabo, se interesa en exponer por qué lo hizo ni lo que significa cada paso que realizó, sino que solamente la empleo sobre una conclusión de la segunda figura.
Ciertamente, aunque aquí se asume la reducción no hay explicación alguna de cómo y por qué se empleó, simplemente se pasó una deducción de la segunda figura, imperfecta, a uno de la primera, perfecta.

3.2 Un ejemplo de reducción en la tercera figura

Ahora se verá la reducción en la tercera figura, su manera de proceder y su diferencia de la segunda figura. De todas las deducciones que aparecen en *PA* hay dos que, como ya se ha dicho, sólo pueden ser demostradas mediante la reducción. La primera es *Baroco* (II) que está compuesta por una premisa mayor universal afirmativa *AaB* y una menor particular negativa *AoB*, lo que señala cierta relación con *Bocardo* (III), aunque en este caso la universal afirmativa *AaB* aparece como premisa menor y la particular negativa *AoB* como mayor. Aristóteles expone:

> Porque si R se da en todo S, y P no se da en algún [S], es necesario que P no se dé en algún R,[1] puesto que si [P] se da en todo [R], y R se da en todo S, también P se dará en todo S, pero no se dio. Y se demuestra también sin la reducción, si se toma que P no se da en uno de los S.[2]

En este esquemático pasaje se formula una deducción de la tercera figura que también la pasa a la primera mediante una reducción que es comprensible, pues se asume *Bocardo* (III):

$$PoS, RaS \vdash PoR$$

inmediatamente realiza Aristóteles la reducción. Pasa la contradictoria

1. Enuncia primero la premisa menor y luego la mayor de *Bocardo* (III).
2. *PA* 28b17*ss.* εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντί, καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π παντὶ τῷ Σ ὑπάρξει: ἀλλ᾽ οὐχ ὑπῆρχεν. δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ᾧ τὸ Π μὴ ὑπάρχει.

de la conclusión *PoR* a *PaR* y la toma como premisa mayor de la deducción de la primera figura, afirma:

$$PaR, RaS \vdash PaS$$

que puede observarse como *Barbara* (I). En efecto, no anticipa que hará una reducción ni explica por qué la lleva a cabo sino que la realiza y no hay dificultad en comprender *Bocardo* (III) ni la reducción y el resultado que se obtiene con su empleo, esto es, *Barbara* (I). Lo importante es observar que la conclusión de *Barbara* (I), *PaS* es la contradictoria de la premisa mayor de *Bocardo* (III). Por otra parte, el término medio de la deducción original pasa como término menor de la conclusión reducida.

La manera como se emplea la reducción en el pasaje bien podría tomarse en el mismo sentido que apareció en *Baroco* (II), ya que la contradictoria de la conclusión aparece como premisa de una nueva deducción que se formará. Se puede concluir que en *Baroco* (II), la contradictoria de la conclusión, al pasar a *Barbara* (I) se presentó como premisa menor y en *Bocardo* (III) como mayor. En todo caso, la reducción favorece que en un momento dado pueda generarse una nueva deducción. Ésta tiene como punto de partida asumir la falsedad de la conclusión de una deducción imperfecta para construir una perfecta. Por otra parte, en *Baroco* (II) su término medio pasa como mayor en *Barbara* (I), en tanto que el término medio de *Bocardo* (III) pasa como menor en *Barbara* (I). Así, las dos reducciones más vistosa de *PA*, a saber *Baroco* (II) y *Bocardo* (III) también mantienen una cierta simetría en su paso a *Barbara* (I), en premisas y en el orden de los términos.

3.3 Finalidad de la reducción

El sentido de la reducción como procedimiento demostrativo de *PA* cumple con una función clara que es pasar el orden de los términos de una deducción imperfecta a una perfecta, lo que habrá que verse con detalle. Asimismo, en obtener la contradictoria () de una de las premisas y al emplear la otra premisa, esto es la contradictoria de la conclusión, es lo que demuestra la validez de la deducción original.

Así como la conversión fue descrita en el libro *A* de *PA* y en el *B* ya analizada y expuesta para su mejor comprensión, lo mismo sucede con la reducción que juega un papel central en este sistema deductivo. En este caso, vale la pena tomar en cuenta un breve pasaje del libro *B* donde Aristóteles dice:

> Pero hay *reducción* cuando es evidente que, ciertamente, el [término] primero se da en el [término] medio, pero no es evidente, en efecto, que el [término] medio se da en el [término] último, aunque fuese igualmente confiable o más que la conclusión. Aún si los [términos] medios son

> pocos el [término] último y el [término] medio, porque en todos estos casos ocurre que se está más cerca de la ciencia.[1]

Aquí ya se está en el nivel de la teoría más depurada que explica el sentido formal de la reducción, cuando se señala la finalidad con la que se la emplea. Aristóteles considera que habrá de existir una relación estrecha entre los términos mayor y medio, en la medida en que la conclusión altera su orden en la deducción que se genera a partir de la reducción. El término medio habrá de aparecer en la conclusión de una deducción que surgirá en el momento en que se introduzca la contradictoria de la conclusión en una deducción imperfecta. En este sentido, el término medio sólo aparece en las premisas y mediante la reducción se posibilita que se vea en la conclusión, al asumir el lugar del término mayor o del menor.

La finalidad de la reducción es pasar de una figura a otra a través del empleo de la hipótesis de la falsedad que habrá de presentarse en la conclusión de la deducción original y que sustituye la premisa negativa de la deducción que se deja de lado. Asimismo, con ella se posibilita que el término medio aparezca en la conclusión de la nueva deducción ya como término mayor ya como término menor. No obstante, la finalidad de la reducción es favorecer que los términos de una deducción estén distribuidos, como ya se dijo, circunstancia que sólo se presenta en la primera figura, ya que la posición que tiene en ella es diferente en premisas y conclusión.

Por otra parte, habrá que ver lo que sucede al asumir la reducción en las deducciones científicas, si acaso se daría esta relación entre los términos o no; asimismo si mediante ello sería posible reconocer algún tipo de certeza que mostrase que una deducción estuviese más cerca del conocimiento. Esta cercanía con el conocimiento sólo significaría eso, no implicaría una identificación con él ni tampoco una imposibilidad de error en lo que se concluyese. Con estos pasajes no se agota lo que implica la reducción en *PA* pero se reconocen sus elementos distintivos, por lo que no se la confunde con la conversión ni tampoco con la exposición, en la medida en que su proceder tiene matices específicos que no poseen ellas.

Con la demostración de *Baroco* (II) no existe problema alguno en asumir como se lleva a cabo la reducción pues inmediatamente después de formularlo lo pasa a *Barbara* (I), aunque en ningún momento anun-

1. *PA* 69a20. ᾿Απαγωγὴ δ᾿ ἐστὶν ὅταν τῷ μὲν μέσῳ τὸ πρῶτον δῆλον ᾖ ὑπάρχον, τῷ δ᾿ ἐσχάτῳ τὸ μέσον ἄδηλον μέν, ὁμοίως δὲ πιστὸν ἢ μᾶλλον τοῦ συμπεράσματος: ἔτι ἂν ὀλίγα ᾖ τὰ μέσα τοῦ ἐσχάτου καὶ τοῦ μέσου: πάντως γὰρ ἐγγύτερον εἶναι συμβαίνει τῆς ἐπιστήμης.

ció que haría uso de ella, por lo que da la impresión de que Aristóteles tenía muy claro lo que exponía.

En cuanto a *Bocardo* (III), ciertamente, sucede lo mismo que en *Baroco* (II). Aristóteles lleva a cabo la reducción sin necesidad de anticipar que haría uso de ella ni tampoco se preocupa por explicarla después de emplearla. Lo que llama la atención en este caso es que, después de ello, considera que *Bocardo* (III) también podría alcanzarse con la exposición, aunque no lo lleva a cabo. En este momento, una contrastación entre los procedimientos demostrativos favorece que se distinga la característica propia de cada uno de ellos. Asimismo, con ello se reconocerá que ninguno interfiere en el proceder del otro o es necesario para que los otros se lleven a cabo.

4. Contrastación

Las características propias de los procedimientos demostrativos de *PA* son el punto de partida para llevar a cabo una contrastación entre ellos. En efecto, la conversión y la reducción presentan sus claras diferencias en su proceder y no existe dificultad en señalarlas; por el contrario, la exposición no está muy ejemplificada ni explicada, lo que no impide que puedan observarse ciertas características esenciales.

En general, se pueden señalar diferencias como sería el que con la conversión sólo se cambia el orden de los términos que aparecen en las premisas y en la conclusión; asimismo, se observa una clara simetría cuando se aplica sobre AeB y AiB. En tanto que en la exposición se explica cómo es posible concluir una deducción cuya conclusión es particular, ya sea afirmativa o negativa. Por su parte, la reducción favorece que se alcance una deducción de la primera figura a partir de introducir la hipótesis de la contradicción. En este sentido, es importante reconocer su papel de la exposición al lado de las otras dos vías demostrativas,[1] lo que resulta más claro mediante una contrastación que muestre hasta dónde se relaciona una con otra, en este sistema demostrativo formal. En efecto, son pocos los pasajes donde se trabaja la exposición[2] y aún más escasos aquellos donde puede observarse el empleo de los tres procedimientos demostrativos de *PA* en un mismo momento. Pues, o bien Aristóteles sólo emplea uno o bien a veces dos, la conversión y la exposición o la reducción y la exposición. Por esta razón, se valoran más los pasajes donde se aplican uno tras otro los tres procedimientos demostrativos, lo que permite su contrastación y que se tenga una idea

1. Hay diversos pasajes en *PA* donde se exponen las diferencias entre conversión y reducción. *Cfr*. 62b23ss. No sucede lo mismo con la exposición.
2. Véase nota 28.

más clara de lo que pensaba Aristóteles cuando desarrolló este sistema deductivo formal.

Cada lugar, donde se emplean los tres métodos, cuando se analizan de manera particular, se observa una gran riqueza argumentativa formal y en esa medida pueden señalarse características específicas que Aristóteles consideró importante exponer. Asimismo, el que se trabaje con ellos en un mismo ejemplo permite que se comprenda cómo funcionan, ya que es muy específico cada procedimiento y el observar uno al lado de los otros dos, aclara su papel en el sistema deductivo formal de *PA.*

4.1 La contrastación de las vías demostrativos de PA en AeB

Los temas centrales que se abordan son: la contrastación de las vías demostrativas a partir de la universal negativa, después en *Darapti* (III) y finalmente en *Bocardo* (III). El primer pasaje donde es posible contrastar los tres procedimientos demostrativos de *PA* está al inicio de la obra, cuando se describe por primera vez la conversión como método demostrativo. En él se ejemplifica de manera formal las premisas en los que ello se puede llevar a cabo. Aristóteles considera que lo que expresó en el lenguaje natural, esto es, la manera como se convierte una parte de una deducción, vale la pena realizarla en el lenguaje formal, así:

> Ciertamente, en efecto, sea primero la premisa universal negativa *A*[*e*]*B*. Entonces si *A* no se da en ningún *B*, tampoco *B* se dará en ningún *A*; pues si [se da] alguno, como por ejemplo *C*, no será verdadero que *A* no se da en ningún *B*, puesto que *C* es uno de los *B*. Pero si *A* se da en todo *B*, también *B* se da en algún *A*, pues si [*B*] no se da en ningún [*A*], tampoco *A* se dará en ningún *B*, pero se supuso que [*A*] se da en todo [*B*]. Y de igual manera también si la premisa es particular, puesto que si *A* se da en algún *B*, también necesariamente *B* se da en algún *A*; porque si no se da en ninguno, tampoco *A* se da en ningún *B*. Pero si, en efecto, *A* no se da en algún *B*, no necesariamente tampoco *B* se da en algún *A*, por ejemplo: si *B* es animal y *A* es hombre, ciertamente, en efecto, ‘hombre no se da en todo animal’, pero ‘animal se da en todo hombre’.[1]

1. *PA* 25ª14*ss*. Πρῶτον μὲν οὖν ἔστω στερητικὴ καθόλου ἡ A B πρότασις. εἰ οὖν μηδενὶ τῷ B τὸ A ὑπάρχει, οὐδὲ τῷ A οὐδενὶ ὑπάρξει τὸ B: εἰ γάρ τινι, οἷον τῷ Γ, οὐκ ἀληθὲς ἔσται τὸ μηδενὶ τῷ B τὸ A ὑπάρχειν: τὸ γὰρ Γ τῶν B τί ἐστιν. εἰ δὲ παντὶ τὸ A τῷ B, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ὑπάρξει: εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ A οὐδενὶ τῷ B ὑπάρξει: ἀλλ᾽ ὑπέκειτο παντὶ ὑπάρχειν. ὁμοίως δὲ καὶ εἰ κατὰ μέρος ἐστὶν ἡ πρότασις. εἰ γὰρ τὸ A τινὶ τῷ B, καὶ τὸ B τινὶ τῷ A ἀνάγκη ὑπάρχειν: εἰ γὰρ μηδενί, οὐδὲ τὸ A οὐδενὶ τῷ B. εἰ δέ γε τὸ A τινὶ τῷ B μὴ ὑπάρχει, οὐκ ἀνάγκη καὶ τὸ B τινὶ τῷ A μὴ ὑπάρχειν, οἷον εἰ τὸ μὲν B ἐστὶ ζῷον, τὸ δὲ A ἄνθρωπος: ἄνθρωπος μὲν γὰρ οὐ παντὶ ζῴῳ, ζῷον δὲ παντὶ ἀνθρώπῳ ὑπάρχει.

Mediante la conversión fue posible pasar de *AeB* a *BeA*, puesto que ella sólo trabaja con los términos presentes en las premisas o en la conclusión. Con la reducción fue posible pasar de *AeB* a *AiB*, esto es, se alcanzó la contradictoria de la conclusión, que aparecerá como premisa de una nueva deducción, lo que señala su diferencia de la conversión. Finalmente, con la exposición se pretende generar una conclusión para introducirla en una deducción.

En efecto, la conversión de *AeB* es comprensible:

$$AeB \vdash BeA$$

También es claro que si por alguna razón se da algún *A* en *B*, esto es, que existe un elemento de la clase *B* que se dé en la clase *A*, lo que bien podría representarse como *C* entonces sería errado afirmar *AeB*, pues:

$$AiB$$

sería una consecuencia de ese elemento común que podría aparecer entre *A* y *B* lo que significa que de:

$$AeB$$

se puede alcanzar:

$$AiB$$

En este caso *AiB* también podría ser considerada como contradictoria de *AeB*. En un primer momento está la conversión:

$$AeB \vdash BeA$$

después la exposición al asumir un elemento cualquiera, en este caso *C* que pertenece a *B* y también a *A*, por lo que se asume:

$$AiB$$

lo que sería la presencia de la contradictoria de *AeB*, por lo que se obtiene:

$$AiB$$

Así, hablar de la contradicción es reconocer el elemento central de la reducción. Puede observarse que a partir de una misma postulación, en este caso de la universal negativa *AeB*, se aplicaron los tres procedimientos demostrativos sin que se diera mayor explicación o importancia a uno que a otro. En resumen, los tres métodos están aquí a partir de *AeB*; no obstante, se observa su diverso proceder ya que la conversión da:

$$AeB \vdash BeA$$

Mientras que la exposición introduce un nuevo elemento con el que se forma en este caso la conclusión de la deducción:

A se da en *C* y *B* se da en *C*

por lo que se obtiene:

AiB

La particular afirmativa que señala la existencia de al menos un elemento común en *A* y *B*. En tanto que la reducción se asume como consecuencia de que aparece la contradictoria de *AeB*, esto es:

$$AeB \vdash AiB$$

Vale la pena tomar en cuenta que el ejemplo de esta conversión permite que se observe la exposición como un procedimiento por el que se puede explicar cómo se genera una deducción. Este es el único pasaje en *PA* donde se aplican las tres vías demostrativas una tras otra. No obstante, no en una deducción completa aunque sí se trabaja en una parte de ella, en este caso en una universal negativa *AeB*, en los siguientes ejemplos ya se trabaja sobre deducciones.

4.2 La contrastación de las vías demostrativas en *Darapti* (III)

En este momento, se contrastan los procedimientos demostrativos de *PA*, para resaltar las características más propias de cada uno de ellos en una deducción con conclusión afirmativa, en este caso *Darapti* (III).

Lo más relevante en el empleo de esos métodos demostrativos está en las deducciones que aparecen en cada figura, ya que al observar la deducción completa y la manera como se demuestra es posible contrastar cabalmente cada uno de los procedimientos. Cuando Aristóteles trabaja en la tercera figura, al hacerlo sobre deducciones que contienen premisas universales afirmativas considera:

> Ciertamente, en efecto, al ser universales, cuando *P* y *R* se dan en todo *S*, necesariamente *P* se da en algún *R*; porque, en efecto, la predicativa se invierte, *S* se da en algún *R*, de modo que como *P* se da en todo *S*, y *S* se da en algún *R*, es necesario que *P* se de en algún *R*, porque llega a ser deducción de la primera figura. También es posible hacer la demostración a través de *lo imposible* y por la exposición, puesto que si ambos [términos] se dan en todo *S*, en caso de tomar uno de los *S*, por ejemplo *N*, también éste se dará en *P* y *R*, de modo que *P* se dará en algún *R*.[1]

Lo primero que se observa es una deducción de la tercera figura:

1. *PA* 28a18*ss*. Καθόλου μὲν οὖν ὄντων, ὅταν καὶ τὸ Π καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ ὑπάρχῃ, ὅτι τινὶ τῷ Ρ τὸ Π ὑπάρξει ἐξ ἀνάγκης: ἐπεὶ γὰρ ἀντιστρέφει τὸ κατηγορικόν, ὑπάρξει τὸ Σ τινὶ τῷ Ρ, ὥστ᾽ ἐπεὶ τῷ μὲν Σ παντὶ τὸ Π, τῷ δὲ Ρ τινὶ τὸ Σ, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ ὑπάρχειν: γίνεται γὰρ συλλογισμὸς διὰ τοῦ πρώτου σχήματος. ἔστι δὲ καὶ διὰ τοῦ ἀδυνάτου καὶ τῷ ἐκθέσθαι ποιεῖν τὴν ἀπόδειξιν: εἰ γὰρ ἄμφω παντὶ τῷ Σ ὑπάρχει, ἂν ληφθῇ τι τῶν Σ οἷον τὸ Ν, τούτῳ καὶ τὸ Π καὶ τὸ Ρ ὑπάρξει, ὥστε τινὶ τῷ Ρ τὸ Π ὑπάρξει.

$$PaS, RaS \vdash PiR$$

que queda: *Darapti* (III)

$$\begin{array}{ll} A & PS \\ A & RS \\ I & PR \end{array}$$

donde se reconoce que la conversión de la premisa menor:

$$RaS$$

da como resultado:

$$SiR$$

En tanto, la universal pasa a particular, por lo que no hay problema en que se alcance *Darii* (I):

$$PaS, SiR \vdash PiR$$

que queda:

Darii (I)[1]

$$\begin{array}{ll} A & PS \\ I & SR \\ I & PR \end{array}$$

Así, de *Darapti* (III) se pasa a *Darii* (I) por conversión. Aristóteles dice que se puede pasar a dicha deducción también con la reducción, aunque no lo lleva a cabo. Sin embargo, sí explica como la concluye con la exposición, al tomar en cuenta que si ambos términos, en este caso *P* y *R*, mayor y menor, se dan en alguno de los *S*, que bien podría ser *N*, entonces:

$$PaS(N), RaS(N) \vdash PiR$$

Lo que favorece que se genere *Darapti* (III). Con la exposición se explicó cómo se podría concluir una deducción que tuviera, como en este caso, premisas universales.

No importa que *Darapti* (III) no haya sido demostrada en este

1. Una posible demostración formal sería:

Darapti (III)-Darii (I)
PaS, RaS
$\vdash PiR$ // PiR
1) PaS P
2) RaS P / PiR
3) SiR Conv 2
4) PiR 1+3

momento por reducción, lo que vale la pena resaltar es que primero se construyó la deducción, después se le aplicó la conversión y pasó a la primera figura, en este caso en *Darii* (I). Asimismo, que a partir de la relación que se daba entre los términos *PRS* fue posible observar cómo se alcanza una conclusión particular mediante la exposición. Así, en las deducciones de la tercera figura, imperfecta, con la conversión se pasa a la primera, perfecta y con la exposición explica cómo se termina de construir una deducción en la tercera, al mostrar que de premisas universales se puede alcanzar una conclusión particular.

Por otra parte, vale la pena señalar que no son vías demostrativas que se complementan sino vías demostrativas que se emplean sobre un mismo tipo de deducciones. Aunque la reducción y la conversión tengan la misma finalidad no necesitan la una de la otra para alcanzar su meta.

4.3 La contrastación de las vías demostrativas en *Bocardo* (III)

Ahora, se verá cómo se presentan estas vías demostrativas en una deducción con conclusión particular negativa. Aquí *Bocardo* (III) es presentado como una deducción donde se practica la reducción para pasarlo a la primera figura y la exposición para explicar cómo se termina de construir, pero a diferencia de *Darapti* (III) la conclusión es particular negativa.

Por otra parte, en *Darapti* (III) se aplicó la conversión y exposición en premisas y conclusiones universales afirmativas, por lo que vale la pena saber qué sucede con otro tipo de deducciones que están constituidas por otro tipo de premisas. Ahora se verá lo que sucede con *Bocardo* (III), constituida por una premisa mayor particular negativa y una menor universal afirmativa:

> Pero, en efecto, si un [término] es predicativo y el otro es privativo, y el predicativo es universal, ciertamente cuando el [término] menor sea predicativo, habrá deducción. Puesto que si *R* se da en todo *S*, y *P* no se da en algún [*S*], es necesario que *P* no se de en algún *R*. Porque si [*P*] se da en todo [*R*], y *R* se da en todo *S*, también *P* se dará en todo *S*, pero no se dio. Y también se demuestra sin *la reducción* si se toma uno de los *S* en que no se da *P*.[1]

Lo primero que se observa es que se construye:

1. *PA* 28b15*ss*. Ἐὰν δ᾽ ὁ μὲν ᾖ κατηγορικὸς ὁ δὲ στερητικός, καθόλου δὲ ὁ κατηγορικός, ὅταν μὲν ὁ ἐλάττων ᾖ κατηγορικός, ἔσται συλλογισμός. εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχει, ἀνάγκη τὸ Π τινὶ τῷ Ρ μὴ ὑπάρχειν. εἰ γὰρ παντί, καὶ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ, καὶ τὸ Π παντὶ τῷ Σ ὑπάρξει: ἀλλ᾽ οὐχ ὑπῆρχεν. δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ᾧ τὸ Π μὴ ὑπάρχει.

$$PoS, RaS \vdash PoR$$

donde se garantiza la deducción en la medida en que la premisa menor:

$$RaS$$

es universal y se demuestra mediante la reducción. Se afirma que es posible como se concluye a partir de la exposición, que se da cuando se toma en cuenta, en este caso, que "[…] uno de los *S* no se da en *P*." Ciertamente, el que *Bocardo* (III) puede ser demostrado por reducción no ofrece problema alguno, pues de:

$$PoS, RaS \vdash PoR$$

al asumir la falsedad de la conclusión:

$$PoR$$

se obtiene la contradictoria de la conclusión que sería:

$$PaR$$

por lo que:

$$PaR, RaS \vdash PaS$$

sería *Barbara (I).*

Así, se demuestra el paso de una deducción de una figura imperfecta a una perfecta. Aquí, sólo enuncia Aristóteles *Bocardo* (III) y lo demuestra por reducción, aunque considera que no era necesaria la reducción si acaso se lleva a cabo la exposición. Pues a partir de la premisa menor universal:

$$RaS$$

considera que se señala la no existencia de un elemento N cualquiera en S, el término menor, tal que habría de darse:

$$PoR$$

Pero no se sabe de qué manera ello garantiza este resultado, semejante al de las afirmativas. Por otra parte, tampoco se ve cómo termina de construir *Bocardo* (III) a partir de la exposición, ya que es posible alcanzar la existencia de una particular a partir de una instancia de la universal afirmativa o negativa. Parece que de manera semejante podría darse en el caso de la particular negativa, sólo que se asume la no existencia de al menos un elemento en *R*, el término menor, por lo que se alcanza *PoR*.

En conclusión, *Bocardo* (III) pasa a *Barbara* (I) mediante la reducción y sólo se alude a la exposición como vía para terminar de construirlo en la tercera figura, al tomar en cuenta sus premisas. A diferencia de *Darapt*i (III) en el que se parte de premisas universales afirmativas y se alcanza una conclusión particular afirmativa. En *Bocardo* (III) se parte de una menor universal afirmativa para llegar a una conclusión particular negativa. Por otra parte, en *Darapti* (III) se emplea la conversión y la exposición mientras que en *Bocardo* (III) se alude a la reducción y a la exposición, algo comprensible por el tipo de deducción que se presenta en cada caso. Así, con estos ejemplos en la contrastación de los procedimientos demostrativos de *PA*, se observa que sólo puede aplicarse de manera parcial la exposición, en la medida en que en *Darapti* (III) se alude a la reducción y no se ejemplifica y en *Bocardo* (III) se aplica la reducción y se afirma que también puede emplearse la exposición.

5. Conclusiones

El análisis directo de los procedimientos demostrativos de *PA* favorece que se los analice en su justa dimensión, en la medida en que son descritos, ejemplificados y, en el caso de la conversión y la reducción explicados minuciosamente en el libro *B* de *PA.* Cada uno de ellos tiene un sentido específico en este sistema formal. Asimismo, al tomar en cuenta su contrastación es factible reconocer cuáles están más cerca entre sí en finalidad y cuán acabada estaba la concepción de Aristóteles sobre cada uno de ellos.

En cuanto a los métodos demostrativos en sí es claro que sólo la conversión y la reducción son empleados para pasar de una figura a otra, lo que no sucede con la exposición. Ella es empleada como procedimiento para explicar cómo se alcanza una deducción con conclusión particular afirmativa o negativa.

Puede observarse que la conversión y la reducción posibilitan el cambio de figura a figura, con el objeto de mostrar cómo se puede pasar de una deducción imperfecta a una perfecta y viceversa. En tanto que la exposición permanece en el esquema de la figura original, en este caso, la tercera.

Aristóteles afirma que lo que se demuestra con la conversión también se hace con la reducción, en la medida en que ambas trabajan con los mismos términos y sobre una deducción dada, aunque su proceder tuviese características propias en cada caso. Finalmente, con la exposición se explica cómo se concluye una deducción. Podría observarse que la conversión transpone los términos de la premisa o la conclusión, así:

$$AaB \vdash BiA$$
$$AeB \vdash BeA$$
$$AiB \vdash BiA$$

La reducción sólo trabaja con la contradicción y en esa medida puede pasar de una deducción imperfecta a una perfecta:

$$AaB \vdash AoB$$
$$AeB \vdash AiB$$
$$AiB \vdash AeB$$
$$AoB \vdash AaB$$

En tanto que la exposición facilita que se termine de construir una deducción al alcanzar una conclusión particular afirmativa:

AaB [1] *AiB*

AeB *AaB*

AoB

La conversión es la por la que se obtiene un resultado simétrico en la deducción. Por otra parte, la reducción es el procedimiento por el que una deducción de una figura diferente a la primera es demostrada al pasarlo a ésta; aquí no hay relación de simetría como en la conversión. En tanto que la exposición favorece que se alcance una conclusión particular como consecuencia de que se parte al menos de una premisa universal.

Finalmente, con la contrastación se reconoce que no hay dependencia de los procedimientos entre sí y cómo se aplica cada uno en algunos ejemplos. Así, aun cuando es posible demostrar las mismas cosas mediante la conversión y la reducción es innegable que proceden de manera específica cada una. Ni qué decir sobre la exposición que, aunque no comparte la misma finalidad que los otros dos, muestra cómo de una premisa universal que se de en la deducción es posible alcanzar una conclusión particular.

Referencias

ALEXANDER [of Aphrodisias]1883. "Alexandri in Aristotelis Analyticorum Priorum Librum I Commentarium", contenido en M. Wallies (ed.) *Commentaria in Aristotelem Graeca* ii (i). Berlin: Georg Reimer.

ALISEDA, A. 1998. "La abducción como cambio epistémico: Charles S Peirce y teorías epistémicas en inteligencia artificial." *Analogía fi-*

1. La flecha sólo señala que de al menos una premisa universal en la deducción es posible alcanzar una conclusión particular.

losófica. Año xii- N° 1.
BÄCK, Allan, 2000, *Aristotle's Theory of Predication*. Leiden: Brill.
BARNES, J. 1969. "Aristotle´s Theory of Demonstration". *Phronesis* **14:** 123-152 [reimpreso en Jonathan Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle I: Science*. London: Duckworth. 1975].
BARNES, J. 1984. *The complete Works of Aristotle: The revised Oxford translation* . [La traducción de *Prior Analytics* fue revisada por Jenkison, 1928.] Princeton: Princeton University Press (Bollingen Series).
BOCHENSKI, I. 1951. *Ancient Formal Logic*. Amsterdam.
———. 1951. "Non-analytical Laws and Rules in Aristotle". *Methodos* **3**: 70-80.
———. 1984. *Historia de la Lógica Formal*. Gredos. Madrid.
BOGER, George. "The modernity of Aristotle's Logical Investigations". http://www. bu.edu/wcp/Papers/logi/LogiBoge.htm.
BYRNE, P. 1997. *Analysis and Science in Aristotle*. Albany: SUNY Press.
CANDEL, M. 1994. *Aristóteles. Tratados de Lógica*. Tomo II. Madrid: Gredos.
CORCORAN, John. 1974. "Aristotelian Sillogism: Valid Arguments or True Universalized Conditionals?", contenido en J. Corcoran (ed.) *Ancient Logic and Its Modern Interpretations*. Boston: Reidel.
CRESSWELL, M. J. 2001. "Modal Logic", contenido en L. Globe (ed.), *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*. Oxford: Blackwell. Pp. 136-158.
DOYLE. "Logic and Method of Division" p 131 *ss*
DÜRING, I. 1989. *Aristóteles. Una interpretación de su pensamiento*. México: UNAM.
EINARSON, Benedict. 1936. "On certain Mathematical Terms in Aristotle's Logic". *American Journal of Philology* **57**$_1$: 33-54.
ENGBERG-PEDERSEN, T. 1997. "More on Aristotelian Epagoge". *Phronesis* **24**$_3$: 301-319.
GEACH, P. 1972. *Logic Matters.* Oxford: Basil Blackwell.
GIFFORD, Mark. 1999. "Aristotle on Platonic Recollections and the Paradox of Knowing Universals: *PA* B-21 67ª8-30". *Phronesis* **44**: 1-29.
HAMLYN, D.W. 1976. "Aristotelian epagoge". *Phronesis* **21**: 169.
HEATH, T. 1949. *Mathematics in Aristotle*. Oxford: Oxford University Press.
HINTIKKA, Jaako. 1979. "Necessity, Universality, and Time in Aristotle", contenido en Jonathan Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristo-*

tle 3: Methaphysics. London: Duckworth. [Jakko Hintikka. *Ajatus* **20**: 65-90. 1957].

HINTIKKA, J. 1973. *Time and Necessity*. Oxford: Clarendon Press.

IERODIAKONOU, Katerina. 2002. "Aristotles use of Examples in the *Prior Analytics*". *Phronesis* **47**: 127-52.

JONES, Charles. 1989. "La influencia de Aristóteles en el fundamento de *Los Elementos* de Euclides". *Mathesis* $\mathbf{3}_4$: 375-387.

KAPP, Ernest. 1942. *Greek Foundations of Traditional Logic*. New York: Columbia University Press.

———. 1979 "Syllogistic", contenido en J. Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle*. Leiden: Duckworth.

KNEALE, William y Martha Kneale. 1984. *The Development of Logic*. Oxford: University Press.

LEAR, Johnatan. 1980. *Aristotle and Logical Theory*. Cambridge: University Press.

———. 1994. *Aristóteles. El deseo de comprender*. Madrid: Alianza Editorial.

LÉRTORA, Celina. "La obra *De Quadratura Circuli* atribuida a Roberto Grosseteste". *Mathesis* $\mathbf{3}_4$: 389-400.

LUKASIEWICZ, J. 1910. "Aristotle on the Law of Contradiction", contenido en J. Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle 3: Methaphysics*. London: Duckworth.

———. 1958. *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford: University Press.

MACONI, Henry. 1985. "Late Greek Syllogistic." *Phronesis* $\mathbf{30}_2$: 92-98.

McKIRAHAN, R. 1983. "Aristotelian Epagoge in *Prior Analytics* 11.21 y *Posterior Analytics* I.1", contenido en *Journal of the History of Philosophy* **21**.

MIGNUCCI, Mario. 1961. *Gli analitici primi*. Traducción, introducción y comentarios de Mario Mignucci. Nápoles: Luigi Loffredo.

———. 1977. "Logic.", contenido en *Guida de Aristotele*. A cura di Enrico Berti. Roma: Laterza.

———. 1991. "Expository Proofs in Aristotle's Syllogistic." *Oxford Studies in Ancient Philosophy*. Oxford: University Press.

NIDDITCH, P. 1962. *The Development of Mathematical Logic*. London: Routledge & Kegan.

OWEN,G. E. L. 1975. "Tithenai ta Phainomena", contenido en Jonathan Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle 1: Science*. London: Duckworth.

PATTERSON, Richard. 1990. "Conversion Principles and the Basis of

Aristotle's Modal Logic". *History and Philosophy of Logic* **11**$_2$: 151-172.

———. 1995. *Aristotle's Modal Logic. Essence and Entailment in the Organon*. Cambridge: University Press.

ROSS, D. 1939. "The discovery of the syllogism", contenido en *The Philosophical review* **48**$_3$: 251-272.

———. 1965. *Aristotle´s Prior and Posterior Analytics.* A revised text with Introduction and Commentary (reimpreso con correcciones 1957). Oxford: Clarendon Press.

SMITH, Robin. 1995. "Logic", contenido en J. Barnes (ed.) *The Cambridge Companion to Aristotle*. Cambridge: University Press. Pp. 27-65.

———. 1982. "What is Aristotelian Ecthesis?". *History and Philosophy of Logic* **3**: 113-127.

———. 1983. "Completeness of an Ecthetic Syllogistics." *Notre Dame Journal of Formal Logic* **24**$_2$: 224-232.

———. 1989. *Aristotle: Prior Analytics*. Indianapolis: Hackett Publishing Co.

SCHOLZ, H. 1975. "The Ancient Axiomatic Theory", contenido en J. Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle 1: Science*. London: Duckworth.

SORABJI, R. 1980. *Necessity, Cause and Blame*. Ithaca: Cornell University.

THORN, P. 1981. *The Syllogism*. München: University of Salzburg.

UPTON,Thomas. 1981. "A note on Aristotelian epagoge", contenido en *Phronesis* **26**: 172-176.

VAN RIJEN, J. 1989. *Aspects of Aristotle´s Logic of Modalities*. Leiden.

WEIL, E. 1975. "The place of Logic in Aristotle's Thought.", contenido en J. Barnes *et al.* (eds.) *Articles on Aristotle 1:Science*. London: Duckworth. Pp. 88-112.