

Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry

Rafael Martínez-E.

Wilbur R. Knorr. *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*. Boston, Basel, Berlin. Birkhäuser, 1989.

La primera mitad del siglo XV quedó marcada, en lo cultural, por la proliferación de una nueva especie de héroe: el humanista. Común en la época, el término sólo significaba maestro en latín, pero en tanto que dicha lengua fue el vehículo para el renacimiento del saber de los antiguos, el vocablo acabó por designar algo más que un maestro del lenguaje. Guardianes de algunas de las claves para rescatar los tesoros del pensamiento clásico, los humanistas debieron desarrollar métodos para llevar a cabo el análisis histórico y filosófico de los hechos y los textos del pasado.

Gracias a los esfuerzos del Renacimiento se logró no sólo la recuperación de la pureza del latín —en literatura el ideal llegó a ser escribir una prosa a la altura del mismo Cicerón—, sino que además se logró establecer la certeza o la falsedad de algunos presupuestos de carácter histórico. Productos relevantes de esta labor fueron la reconstrucción de la Roma de los Césares por parte de Flavio Biondo (1388–1463), iniciando así la arqueología moderna, y la espectacular aportación de Lorenzo Valla (1406–1457) a la historia eclesiástica al demostrar que la famosa Donación de Constantino era falsa. Sobre este documento, atribuido al mismo Constantino, descansaba el derecho papal a la soberanía temporal sobre algunos territorios latinos. La nueva filología y la sagacidad de Valla mostraron que el texto correspondía a una época posterior al siglo IV d.C., además de que hacía referencias a villas y pueblos que en la supuesta época de su redacción aún no existían.

El celo que caracterizó la exégesis de los textos religiosos, y que de manera natural se extendió a los seculares, desafortunadamente dejó de lado, en gran medida, los trabajos matemáticos griegos que sobrevivieron a la oscuridad intelectual de los siglos V al IX, y que pudieron ser utilizados en los centros de difusión de la cultura existentes durante el cambio de milenio. A estos trabajos se sumaron los textos en árabe y en hebreo vertidos al latín a partir del siglo XII. En contraste con otro tipo de disciplinas, la matemática *per se* fue el motor que impulsó a quienes se ocuparon de rescatar los textos relacionados con dicha disciplina, y si bien desde el siglo XV fueron cuidadosamente estudiados, esto se llevó a cabo de manera un tanto desordenada, al no intentarse una recopilación de todos los textos, incluidas sus variantes y filiaciones, que permitieran situar las aportaciones originales, diferenciándolas de los textos presentados por traductores, compiladores o comentaristas, que a lo largo de los siglos permitieron que las obras perduraran.

Un tratamiento sistemático del corpus matemático griego arrancó sólo hasta finales del siglo XIX, destacando en esta empresa el trabajo del eminente filólogo danés J. L. Heiberg (1854–1928), quien a partir de sus *Quaestiones Archimedeae* (tesis doctoral, 1879), inició una serie de estudios y ediciones críticas que se han convertido en el fundamento de los estudios modernos de la matemática griega antigua. Otros han seguido sus pasos, sobresaliendo en estos menesteres el esfuerzo interpretativo de A. Szabó en *The Beginnings of Greek Mathematics* (Reidel, 1978), y la obra — impresionante por su erudición y la cantidad de material recopilado — de Marshall Clagett, que bajo el título *Archimedes in the Middle Ages* (Madison, 1964–1984) rastrea en cinco volúmenes la suerte de los escritos arquimedeanos y sus derivaciones a lo largo del Medievo.

De envergadura comparable, tanto en la amplitud de sus enfoques como en la originalidad de sus propuestas, es la obra que a pasos acelerados ha ido acumulando Wilbur Knorr, miembro destacado de las últimas generaciones de historiadores de la ciencia y autor de los *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*, motivo de este escrito. Autor prolífico, cuenta con más de treinta artículos y tres libros previos a la publicación de la obra ya citada: *The Evolution of the Euclidean Elements: A Study of the Theory of Incommensurable Magnitudes and its Significance for Early Greek Geometry* (Dordrecht: Reidel, 1975), *Ancient Sources of the Medieval Tradition of Mechanics:*

Greek, Arabic and Latin Studies of the Balance (Florence: Istituto e Museo di Storia della Scienza, 1982), *The Ancient Tradition of Geometric Problems* (Boston, Basel, Stuttgart: Birkhäuser, 1986), obra esta última de la que los *Textual Studies...* (TS en lo que sigue) son en cierto sentido una continuación.

El tema central de *The Ancient Tradition...* (AT en menciones posteriores) es el estudio de los tres problemas clásicos de la geometría griega antigua – duplicación del cubo, trisección de un ángulo arbitrario, cuadratura del círculo – y de los cuales se sabe que no tienen solución si se les ataca dentro de las limitaciones propias de los *Elementos* de Euclides: la geometría que se detalla en dicha obra supone que las construcciones propuestas se realizan utilizando exclusivamente regla y compás. Hubo que esperar hasta el siglo XIX para que – gracias a los trabajos de P. L. Wantzel y de F. Lindemann – quedara demostrado, sin lugar a dudas, la imposibilidad de llevar a cabo las construcciones propuestas por los tres problemas clásicos.

También resulta interesante otro problema, atribuido tradicionalmente a Hipócrates de Chios, y que está estrechamente ligado a los anteriores: la cuadratura de las lúnulas circulares. Que la geometría euclidea resulta insuficiente para su solución fue demostrado por los matemáticos soviéticos Cebotarev y Dorodnov en trabajos complementarios presentados en 1933 y 1947. El que haya tomado más de dos mil años dar cuenta de ellos no es sino un reconocimiento de las dificultades que su esclarecimiento debió superar. Fue ésta una labor que ocupó, en mayor o menor grado, a muchas de las grandes mentes que incursionaron en las matemáticas, desde Apolonio y Pappus y los casi legendarios maestros de Alejandría, pasando por Viète, Descartes, Newton, Simson y Chasles, y extendiéndose hasta Bernoulli, Euler y Gauss. Sobre los pilares levantados por estos personajes fue que se sustentaron las soluciones finales de los problemas clásicos.

Después de todos estos preámbulos, necesarios para situar la obra de Knorr en un cierto contexto, procede el entrar en materia. En su continuación al controvertido texto sobre los orígenes de la matemática griega (AT), Knorr nos invita a recrear las peripecias y fortunas que rodearon a esta tradición durante la Edad Media. Su obra es una historia íntima del texto; íntima porque la revisa desde dentro, examinando sus ropajes, sus gestos, los cambios que la edad provoca y lo que perdura de su esencia. No pretende enseñarnos geometría, ésta se aprende como un bono. Su enfoque es el del filólogo que – recogiendo

la metáfora que el mismo Knorr utiliza en la introducción a los TS — intenta restaurar el “estado de salud” del texto, entendiendo por ello recuperar el texto original que supuestamente ha dado origen a toda la gama de resúmenes, añadidos, tergiversaciones, amalgamas, pérdidas y demás avatares que inciden en la transmisión de la cultura. En este caso el paciente de Knorr no es toda la literatura matemática del Medievo y sus extensiones — óptica, armonía, astronomía, etc. — sino sólo los escritos que directamente se ocupan de la problemática clásica griega y los aportes a esta temática que resultan de la irrupción en Occidente de sus equivalentes en árabe y hebreo, amén de todas aquéllas obras que afortunadamente fueron rescatadas en Oriente y que en Europa habían pasado al olvido o perecido bajo el yugo de los siglos y sus imponderables.

Así, tenemos que TS se compone de tres partes: en la primera se ocupa de la duplicación del cubo, y para ello analiza los textos pertinentes de Herón, Apolonio, Filón — todos ellos miembros de la ilustre escuela matemática de Alejandría — Papo y Eustocio. De este último analiza la antología que recoge los métodos de la ya mencionada triada alejandrina y que se ve enriquecida, además, con las aportaciones de Diocles, Papo, Menaecmo, Arquitas, Eratóstenes y Nicomedes. Termina esta sección con un estudio de los comentarios de Papo a la trisección del ángulo y establece los paralelismos que guarda respecto de las versiones árabes.

La segunda parte, la más breve de las tres, aborda escritos árabes con el fin de rastrear las fuentes griegas que pudieron ser sus antecedentes inmediatos o más cercanos. En la tercera y última parte, y para terminar con bombos y platillos, Knorr ataca, haciendo gala de su erudición en el tema, la tradición arquimedea referente a las mediciones en el círculo. Reflejando la abundancia de estudios a que ha sido sujeto este breve tratado a lo largo de la historia — en parte debido a su brevedad y relativa sencillez —, esta sección es la más extensa, abarcando poco más de trescientas páginas. Este hecho, sin embargo, no resulta en perjuicio del interés que produce su lectura. Cierra el libro con un relativamente breve análisis de lo que la tradición atribuye a Hipatia, hija de Teón, y por su brillantez considerada a la altura de los más grandes maestros alejandrinos.

Al igual que los humanistas del Quattrocento, Knorr busca recuperar, en lo posible, lo que pudo ser el texto original, con la desventaja auestas de requerir del dominio de disciplinas tan alejadas entre sí que

se dice corresponden a intereses antitéticos entre quienes a ellas se dedican, ie., resabios de la vieja polémica acerca de las dos culturas. No obstante lo anterior, sólo la fusión de habilidades matemáticas, históricas y filológicas, permiten emprender investigaciones como las comentadas en estas líneas — y esto es un llamado de atención en favor de los estudios interdisciplinarios, tanto en lo referente a objetivos como en la integración de grupos de trabajo— y dar, aun cuando en ciertos puntos la evidencia podría no ser tan confiable, una imagen aproximada del linaje de un texto, idea o método.

La estrategia que sigue Knorr es clara, lo cual no significa que sea sencilla, y consiste básicamente en construir una especie de *stemmata*, vocablo que remite a los diagramas de ramificación de los elementos que definen la genealogía. Las diferencias en los textos, cualesquiera sea su origen, resultan una medida de la distancia cronológica, y con frecuencia también territorial, y de las variantes que ciertas lenguas introducen en las traducciones. Las similitudes, lógicamente, revelan un parentesco, en tanto que el uso de ciertas expresiones muy específicas o la estructura de una demostración no pueden ser explicadas en términos de meras casualidades. El estilo mismo del texto puede revelar su autenticidad o dilucidar alegatos de autoría. No menos importante es que puede servir de sustento para aventurar hipótesis sobre el material al que se tuvo acceso para componer un texto, y sobre si se utilizaron fuentes primarias o secundarias.

Con este espíritu, y mucho talento, Knorr nos sitúa cara a cara con los textos, y dispuestos éstos en columnas paralelas cuando es posible, con paciencia señala los puntos de divergencia a la vez que comenta sobre sus significados y las más viables inferencias que se pueden aventurar. Sobre algunas de estas cuestiones habrá quien pueda hacer reclamos, tal y como lo señaló D. T. Whiteside en el caso de AT y que seguramente se repetirá aquí, pero esto se paga con creces con la frescura de sus interpretaciones y explicaciones. Su fácil manejo conocimiento de los temas tratados le permite tomar atajos y brincar abismos, acciones que supongo confía serán justificadas conforme el conocimiento de estas tradiciones alcance mayor profundidad.

Resultaría erróneo pensar que el material que nos presenta Knorr es utilizable como texto de algún curso de historia de las matemáticas. Está muy lejos de satisfacer los requerimientos pedagógicos para dicha tarea, en tanto que no se acomoda a ningún programa ortodoxo y que su nivel requiere de cierta madurez en alguna(s) de las disciplinas

involucradas ... y sin embargo en cierto sentido es muy educativo. Permite, a quien no es un experto en el tema, entrar en contacto con problemáticas que ya habían sido exploradas y sobre las cuales aparentemente —dadas las evidencias de que se disponía en su momento— se había dicho la última palabra. Sorprende por ello el que además de que ilustra exhaustivamente cómo analizar textos, aporta elementos que le permiten estar en desacuerdo con interpretaciones previas.

Un ejemplo notable de este tipo de situaciones es su oposición a lo que Heiberg sostenía acerca del status de la Dimensión del Círculo, a saber, que la versión en griego que nos ha llegado es un resumen editado de la fuente arquimedea. Según Knorr, dicha versión no es sino una paráfrasis vagamente conectada con el original y, además, mediatizada por los comentarios de Teón de Alejandría.

Resulta imposible presentar en tan breve espacio las riquezas contenidas en este libro. Excepcional en muchos aspectos, su erudición no va en detrimento de la claridad en la exposición ni del interés que despierta entre aquéllos que genuinamente exploran el saber de los antiguos. Quienes así lo hacen encuentran en este capítulo de la geometría medieval una clara muestra de la vitalidad que aún anima al género.

Siendo optimista, quisiera pensar que tanto AT como TS son parte de una nueva generación de publicaciones que —sin la aridez comúnmente ligada a los estudios avanzados ni al distanciamiento que guardan respecto de quienes no forman parte de la pequeña comunidad de expertos— logre descubrir y preservar lo que hoy es la ciencia de tiempos pasados, con un formato que sin menoscabo de seriedad y calidad en la información, permita que un público más amplio la consulte y disfrute.