Mathesis 12 (1996) 425-435
Impreso en México. Derechos reservados © 1996 por UNAM ISSN 0185-6200

Álgebra moderna

Leo Corry. 1996. *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*. Basel: Birkhäuser. (Science Networks. Historical Studies, Vol. 17). 460 + ix pp.

José Ferreirós

El trabajo de Leo Corry (Universidad de Tel Aviv) que comentamos constituye un estudio riguroso y documentado del ascenso del álgebra moderna, y del enfoque estructural en matemática. Fundamentalmente se trata de un análisis histórico, que inserta problemas conceptuales que lo acercan a la filosofía de la matemática. Su contenido podría dividirse en tres partes. Comienza con un capítulo que analiza el significado global del enfoque estructural en álgebra, y esboza a grandes rasgos los pasos que se recorrieron en su dirección desde mediados del siglo XIX hasta 1930. A continuación, cuatro capítulos desarrollan un análisis detallado de la evolución de la teoría de ideales entre Richard Dedekind y Emmy Noether, presentada como ejemplo paradigmático del ascenso gradual del álgebra estructural, y de las motivaciones que lo indujeron. Finalmente, otros cuatro capítulos analizan diversos intentos de convertir la noción de estructura en objeto temático de una teoría matemática: las ideas de Oystein Ore basadas en la noción de retículo, la teoría de las estructuras de Bourbaki, y la teoría de categorías iniciada por Samuel Eilenberg y Saunders Mac Lane.

Como puede verse, una obra ambiciosa que repasa buena parte de los desarrollos fundamentales del álgebra entre 1850 y 1960, y que sólo por esto cumple una función importante. De hecho, son todavía pocos los estudios dedicados al surgimiento del álgebra moderna, a los que se suma el que comentamos. Entre ellos cabe destacar el ya clásico libro de H. Wussing, *The Genesis of the Abstract Group Concept* (1984, original 1969), el artículo de W. Purkert sobre la noción de cuerpo, 'Zur Genesis des abstrakten Körperbegriffs' (*NTM-Schriftenreihe*, 1971), y el estudio de la noción de retículo ofrecido por H. Mehrtens en *Die Entstehung der Verbandstheorie* (1979); más recientemente, la peculiar obra de H. Sinaceur, *Corps et Modèles —essai sur l'histoire de l'algèbre réelle* (1991), que estudia varios temas aparentemente muy distantes, interconectados por el teorema de Sturm.[1]

Así, las nociones de ideal y anillo, que Corry estudia con atención, no habían sido abordadas todavía en un estudio de conjunto. La evolución del álgebra, especialmente en Alemania, desempeñó un papel histórico fundamental en el surgimiento del enfoque estructural en matemática. De ahí la atención privilegiada que se le concede, aún reconociendo que ello implica una perspectiva parcial e incompleta, en la medida en que hubo desarrollos paralelos en otras ramas centrales como la topología y el análisis funcional [p. 9].

Naturalmente, sería imposible resumir aquí el rico contenido de este trabajo, ni entrar en todos los comentarios y reflexiones que sugiere. Me contentaré con transmitir al lector algunas de sus ideas fundamentales. La obra se organiza en torno a una distinción conceptual que adquiere gran importancia, y que se discute en la introducción. La noción de 'estructura matemática' tiene algo de ambigua, ya que en distintos autores se entiende de forma diferente; con vistas a clarificar la situación, Corry introduce una distinción simple, pero que le dará mucho juego:

> Las disciplinas científicas dan lugar a dos tipos de cuestiones más o menos diferenciables. El primer tipo incluye cuestiones sobre el tema de la disciplina. El segundo tipo abarca las cuestiones sobre la disciplina *qua* disciplina, o metacuestiones [...]. Según esto, se pueden distinguir, tentativamente, dos dominios de discurso, cuando se habla de cualquier disciplina; pueden ser descritos, esquemáticamente, como el 'cuerpo de conocimiento' y las 'imágenes del conocimiento' [...]. El cuerpo de conocimiento incluye teorías, 'hechos', métodos, problemas abiertos. Las imágenes del conocimiento sirven como principios guía o selectores, [...] determinan actitudes respecto a asuntos como los siguientes: ¿Cuál de los problemas abiertos de la disciplina requiere atención más urgente? ¿Qué debe considerarse como un experimento relevante, o un argumento relevante? ¿Qué procedimientos, individuos o instituciones tienen autoridad para resolver desacuerdos dentro de la disciplina? [...] ¿Cuál es la técnica más eficiente e iluminadora para resolver un cierto tipo de problema en la disciplina? ¿Cuál es el currículum universitario apropiado? Así, las imágenes del conocimiento abarcan tanto concepciones cognitivas como normativas de los científicos acerca de su propia disciplina. [p. 3-4]

1 Al nivel de manuales, hay que destacar la obra de L. Novy, *Origins of Modern Algebra* (1973) y el reciente libro editado por E. Scholz, *Geschichte der Algebra — eine Einführung* (1990).

La historiografía de la matemática ha tendido, tradicionalmente, a olvidar por completo la posibilidad de variaciones en las imágenes del conocimiento, así como la importancia de dichas imágenes a la hora de determinar la orientación (y los propios márgenes) de una disciplina. Sin embargo, es posible observar una interrelación constante entre cuerpo e imágenes. La matemática del siglo XX se ha caracterizado, entre otras muchas cosas, por la posibilidad de demostrar resultados acerca de la matemática desde dentro del cuerpo de la misma: un intento de incorporar las imágenes, al que se alude al hablar del 'carácter reflexivo de la matemática' [p. 4].

Pues bien, la noción de 'estructura matemática' ha desempeñado varias funciones históricas, y se ha manejado tanto al nivel de imágenes más o menos imprecisas como, posteriormente, al de intentos de formalización plena dentro del cuerpo de la disciplina. El autor considera que ese complejo desarrollo histórico sólo puede comprenderse si se separan cuidadosamente los dos significados del término [p. 10], lo que permite corregir un buen número de imprecisiones históricas, como se muestra repetidamente en el texto.

El libro se estructura en dos partes, tituladas precisamente *Structures in the Images of Mathematics* (la dedicada a la teoría de ideales) y *Structures in the Body of Mathematics* (que trata las teorías 'reflexivas' de Bourbaki, entre otros). No hay que olvidar que Corry plantea una tesis muy clara: "la naturaleza y la evolución del enfoque estructural de la matemática se entienden mejor cuando ese enfoque se concibe como una imagen específica del conocimiento matemático", imagen que, como cualquier otra, ha surgido "de un proceso histórico particular" [p. 8]. Así pues, y contra las expectativas fundacionalistas típicas de principios de siglo,[2] es sobre todo al nivel de las imágenes del conocimiento que el enfoque estructural ha afectado al desarrollo del conocimiento matemático.

Un capítulo de gran interés general es el primero, titulado *Structures in Algebra: Changing Images*. Se trata aquí de presentar sintéticamente la gran distancia que separa la concepción del álgebra típica en 1850, de la moderna, difundida en el manual de B.L. van der Waerden, *Moderne Algebra* (1930). Para ello, se analizan las cambiantes imágenes presentadas en diversos manuales representativos. A mediados del XIX, e incluso en el *Traité des substitutions et des équations algébriques* (1870) de Camille Jordan, el álgebra sigue siendo la disciplina que trata la teoría de las ecuaciones polinómicas y las formas polinómicas.

2 Que pretendieron convertir todo problema acerca de la matemática, incluyendo el de sus fundamentos y el de su organización sistemática, en problemas (meta)matemáticos.

En este contexto se encuadra la transcendental contribución de Galois, que abrirá el camino al álgebra moderna, pero cuya recepción, elaboración e incorporación en el cuerpo y las imágenes del álgebra fue más compleja de lo que puede pensarse.

A menudo se ha escrito que Galois y Dedekind dieron paso al álgebra moderna. Esa idea puede encontrarse en textos del propio van der Waerden, y desde luego Corry reconoce la importancia histórica de la teoría de Galois, así como de la "idiosincrática imagen de la matemática de Dedekind, que fue elaborada y transmitida [...] en las obras de Hilbert, Emmy Noether y van der Waerden" [p. 69]. Pero, al mismo tiempo, tiene cuidado en aclarar que

> el propio Dedekind no presentó una idea general de estructura algebraica, ni vio aquellos conceptos individuales [que introdujo o empleó]: ideales, módulos, cuerpos, grupos, etc., como instancias particulares de una especie conceptual común y más amplia, la de las 'estructuras algebraicas'. [p. 70]

Como Dedekind indicó explícitamente en 1894 [p. 111], el cuerpo de los números complejos y las interrelaciones entre sus subcuerpos constituyen para él el tema del álgebra superior. Esto hace que la noción de cuerpo y la de grupo tengan papeles bien diferenciados en su imagen de la disciplina: los grupos no son el *objeto* propio del álgebra, sino simplemente una *herramienta* abstracta, muy eficaz en el estudio de la resolución de ecuaciones que dio pie a la teoría de Galois. Al estudiar los cuerpos, a Dedekind le interesan las propiedades de sus elementos, mientras que en conexión con los grupos le preocupan sus propiedades en cuanto conjuntos [p. 79].

Esta imagen del álgebra es precisamente la que Corry encuentra en el influyente *Lehrbuch der Algebra* escrito en 1895 por Heinrich Weber, amigo íntimo y colaborador de Dedekind. En la concepción de Weber, el conocimiento algebraico deriva, en su totalidad, de las propiedades fundamentales de los sistemas numéricos básicos; esto se aplica tanto a las propiedades de los polinomios como a las de los incipientes conceptos estructurales introducidos por Dedekind (cuerpo, ideal, módulo, ...). Así, el manual comienza con una exposición detallada de la construcción del sistema numérico, y en sus capítulos se revela una asimetría fundamental entre las nociones asociadas a conjuntos de números (cuerpos, ideales) y nociones abstractas como la de grupo, que no constituyen propiamente el objeto del álgebra.[1]

[1] También es digno de notarse la aparición en esa obra de nociones propias del análisis y la topología, así como de todo un tercer volumen dedicado a las funciones elípticas, todos ellos elementos típicos del XIX y que distan mucho del álgebra actual.

Este hecho es tanto más notable, cuanto que Weber fue el primero en proponer una definición abstracta de cuerpo, abarcando por primera vez los cuerpos finitos e infinitos, y en señalar la conexión entre esa noción y la de grupo, en un artículo de 1893. Podría pensarse que la razón de que no introdujera este tipo de perspectiva en su manual fue simplemente de tipo didáctico [p. 63], para no dificultar la comprensión del lector, pero lo cierto es que Weber carecía de un programa de trabajo de corte abstracto, que fuera coherente con aquellas definiciones y les diera un auténtico alcance. La primera investigación abstracta de una estructura algebraica —distinta de los grupos— aparece en 1910, con el importantísimo artículo de Ernst Steinitz *Algebraische Theorie der Körper*, analizado por Corry en el capítulo 4: en él se estudiaban los tipos de cuerpos posibles, y se establecían los elementos básicos de sus interrelaciones [p. 195]. Una tesis clave de Corry [*cf.* pp. 11 y 53] es justamente que la adopción de definiciones abstractas, o de un enfoque axiomático, no basta en modo alguno para llegar a lo que se llama a veces 'álgebra abstracta' (motivo por el cual resulta más adecuado el adjetivo 'estructural'). El desarrollo de la perspectiva axiomática y el de la investigación de las estructuras algebraicas y sus interrelaciones siguieron, a veces, caminos bien diversos, hasta confluir hacia los años veinte.

Así pues, se requería todavía un cambio fundamental en la jerarquía conceptual para llegar al enfoque moderno, que *parte* de considerar las estructuras abstractas y presenta los sistemas numéricos, no como la base del álgebra, sino como simples casos particulares de aquellas estructuras que no gozan de ninguna prioridad conceptual sobre otros casos como el de los polinomios [pp. 39-40, 48]. Los elementos clave de la nueva concepción del álgebra se sintetizan, por primera vez, en el *Moderne Algebra* de van der Waerden: su objetivo fundamental es definir los diversos dominios algebraicos y elucidar completamente sus estructuras. Para ello emplea la presentación axiomática de las estructuras fundamentales, que investiga de manera abstracta al modo de Steinitz y Noether (así como Krull, Artin y Schreier), a través del empleo recurrente de isomorfismos y homomorfismos, de clases de residuos, series de composición, productos directos, entre otros. Ahora, las distintas estructuras se tratan de igual manera, ya sean grupos, cuerpos, o anillos.

> [...] el cambio crucial llegó con el reconocimiento claro de que aquellos conceptos [matemáticos clásicos] pueden ser vistos como diferentes variedades de una misma especie (a saber, distintos tipos de estructuras

> algebras, así, y que el objetivo disciplinar central del álgebra es el estudio de esas diferentes variedades mediante un enfoque común [p. 34]

Ante la ausencia de una definición explícita de lo que significa "estructural" en van der Waerden, Corry lo aclara realizando un inventario de las herramientas empleadas (ver arriba) y de los problemas clave que se tratan en su influyente manual: estudio de la factorización en un dominio dado; relación entre un dominio y el sistema de sus subdominios, propiedades que se preservan al pasar a extensiones de un dominio, o a subsistemas, o a sistemas cocientes; establecimiento de conjuntos de datos simples que determinan la estructura de un dominio [pp. 50-52]. Corry demuestra, además, que otros manuales de los años veinte, escritos por matemáticos que dominan el mismo cuerpo de conocimiento que presenta van der Waerden, están escritos desde una perspectiva mucho más próxima a la de Weber.

Así, y aunque Emmy Noether tenía la costumbre de decir "ya está todo en Dedekind", Corry logra con éxito analizar la considerable distancia que todavía existe entre la introducción de las nociones de cuerpo, ideal, y demás, en el contexto de los números algebraicos, y su investigación puramente abstracta a partir de 1920. Esa distancia, y el complejo camino que hubo que recorrer para salvarla, se muestran en detalle a lo largo de un estudio de la evolución de la teoría de ideales. Ya que los detalles de esa evolución son complejos y técnicos, me limitaré aquí a recordar sus puntos claves, en forma muy simplificada. En 1832, Gauss extendió el problema de la factorización de un número en factores primos al caso de determinados enteros algebraicos. Con ello abrió un nuevo campo de estudio en el que pronto surgieron dificultades, salvadas por Kummer mediante el ingenioso artificio de postular *números ideales*, es decir, factores primos adicionales que no eran en realidad números del dominio de enteros estudiado. Buscando una versión completamente general de esa teoría de la factorización de enteros algebraicos, Dedekind introdujo en 1871 un cambio radical, ya que formuló la teoría en términos de conjuntos infinitos de enteros con una determinada estructura, conjuntos a los que —en honor a Kummer— llamó también *ideales*. Esta teoría fue adoptada y desarrollada en un influyente trabajo publicado por Hilbert en 1897, que ejerció un papel clave en su difusión. Con Emmy Noether, en los años veinte, se llegó al punto en que la estructura de *anillo* fue reconocida como el contexto más natural para investigar en abstracto tales problemas de factorización. Noether trasladó a ese contexto abstracto las ideas de Dedekind, siguiendo también muy de cerca la concepción metodológica de éste [p. 249], y abriendo con ello un nuevo campo de estudio: el de los anillos conmutativos y no-conmutativos, y el de los ideales en tales anillos.

De los capítulos que analizan esta cuestión, en mi opinión destacan precisamente los dedicados a Dedekind y Noether. La obra del primero ha sido objeto ya de una serie de estudios importantes, lo que Corry ha sabido aprovechar para ofrecer una revisión muy completa de su producción. En cuanto a Noether, el autor nos ofrece un análisis detallado de sus dos artículos clave de 1921 y 1926 sobre ideales en anillos, y del modo en que sus concepciones se difundieron y fueron adoptadas por van der Waerden. En los restantes dos capítulos se estudia toda una serie de contribuciones previas en que se basó Noether: la obra de Hilbert sobre invariantes, sobre números algebraicos (analizada muy someramente), y sobre axiomática, las contribuciones a la axiomática de la escuela llamada del "análisis postulacional", que surgió en Estados Unidos a principios de siglo; la incipiente noción abstracta de anillo estudiada por Abraham Fraenkel, junto con sus raíces en los números *p*-ádicos de Hensel y en la obra de Steinitz; y toda una serie de resultados sobre factorización de polinomios que supusieron un trasfondo fundamental para Noether.

Pese a la gran riqueza de temas abarcados, quedan todavía abiertas cuestiones importantes. Valgan como muestra dos ejemplos. Cuando se habla de Dedekind como principal precursor del enfoque estructural, el argumento quizá más importante es su trabajo con Weber, en 1882, sobre funciones algebraicas. Dicho artículo planteó un paralelismo, muy sorprendente en la época, entre funciones algebraicas y números algebraicos: todo depende de considerar cuerpos de funciones algebraicas, el anillo de funciones enteras, y factorización en ideales primos. Esto permitía, además, definir de un modo alternativo las superficies de Riemann, y demostrar el teorema de Riemann-Roch, pero desde una perspectiva que sería juzgada por un matemático actual como puramente algebraica: se prescinde de consideraciones topológicas, y el enfoque adoptado apunta a la actual geometría algebraica. Aunque Corry discute brevemente ese trabajo [pp. 118-119, 133-134], en mi opinión no resuelve satisfactoriamente el problema que plantea en su reconstrucción.

Vayamos con el segundo ejemplo. En su famoso *Zahlbericht* de 1897, Hilbert combinó los planteamientos de Dedekind con ideas tomadas del enfoque constructivo de la teoría de números algebraicos ofrecida por Kronecker. Una cuestión llamativa es que, aunque Hilbert emplea básicamente ideales, no los define al modo de Dedekind sino de una manera más tradicional, en términos de combinaciones lineales de elementos del ideal y del anillo de enteros correspondiente [p. 150]

¿Por qué estas diferencias? ¿Apuntan a divergencias metodológicas de importancia? Y si es así, ¿qué similaridades y qué diferencias hay en los motivos que llevaron a Dedekind y Hilbert a preferir un enfoque estructural? En este contexto, ¿qué implicaciones tiene el que Noether remitiera constantemente a Dedekind, antes que a Hilbert? Parece que valdría la pena hacer un estudio detallado de este tipo de problema, con vistas a aclarar la diversidad de motivaciones que dieron origen a la matemática abstracta de nuestro siglo.

La segunda parte del libro aborda un material que, hasta el momento, ha permanecido al margen de la investigación histórica: los intentos por formular una teoría de las estructuras de manera explícita, o, como dice Corry, los intentos 'reflexivos' de dar un significado matemático preciso al giro estructural.

En primer lugar encontramos las teorías de Ore sobre lo que él llamaba 'estructuras', de hecho retículos. Se trata de un intento olvidado hoy, aunque Corry muestra claramente la vitalidad que tuvo en su tiempo, su interés para analizar la situación en el periodo 1930-50, y sus conexiones con el surgimiento de la teoría de categorías. El planteamiento de Ore estaba muy relacionado con aspectos metodológicos típicos de Dedekind y Noether, y al parecer también con ideas que Noether no llegó a publicar [pp. 246-248, 298]. Ambos habían prestado especial atención a las propiedades de inclusión entre ciertos subconjuntos, distinguidos de las estructuras que estudiaban (por ejemplo, condiciones de cadena). Ore trata de establecer los teoremas centrales sobre las estructuras algebraicas olvidando la existencia y propiedades de sus elementos, y centrándose en considerar propiedades del retículo de sus subestructuras. Aunque el programa nació prácticamente muerto en cuanto intento de fundamentación del álgebra en general [pp. 277-279], su tendencia a un enfoque más abstracto de las estructuras sería retomada por la teoría de categorías.

Los capítulos siguientes analizan dos intentos de más éxito, la noción bourbakiana de estructura y la teoría de categorías, que a juicio de Corry son muy dispares en cuanto a su valor. En realidad, Corry nos ofrece una revisión comparativa de ambos planteamientos, que le lleva a acusar al estructuralismo bourbakiano de ser básicamente estéril y *ad hoc*, mientras el 'functorialismo' emerge como un intento fructífero de generalización y simplificación, e incluso como el mayor logro —hasta la fecha— en la investigación matemática de las estructuras.

El largo capítulo 7, sobre Bourbaki, revela las dificultades conceptuales encontradas por el mítico grupo de matemáticos, al tratar de ofrecer una fundamentación definitiva de los contenidos principales y 'clásicos' de su disciplina. La noción formal de estructura, que elaboran dentro de un planteamiento conjuntista, con vistas a establecer el marco más general dentro del cual se moverán las teorías matemáticas, queda pronto desbordada por el nuevo enfoque de categorías y functores. Éste resulta mucho más eficaz como lenguaje para el álgebra homológica, la topología algebraica y diferencial, y la geometría algebraica, entre otras, aunque plantea problemas fundacionales de un tipo nuevo y difícilmente es conciliable con el estructuralismo conjuntista. Una vez más, la fundamentación rígida y definitiva se revela imposible, pero Bourbaki, después de intensas discusiones y vacilaciones, se mantiene tozudamente fiel al marco inicial.

Entretanto, la ambigüedad entre el significado informal de 'estructura' (al nivel de las imágenes) y su significado formal (al nivel del cuerpo de conocimiento) da lugar en Bourbaki a un interesante fenómeno. Sus enfoques siguen ciertamente una imagen estructural, y en casos como el de la topología contribuyen decisivamente a acuñarla, pero su concepto de estructura es, en opinión de Corry, apenas un aditamento puramente formal y casi *ad hoc*, sin consecuencias de verdadera importancia [pp. 310-313, 321-331]. Sin embargo, unida a la moderna imagen de la matemática como ciencia que se autofundamenta, la apariencia de una base sólida en la noción formal de estructura presta al enfoque bourbakiano un aire de especial legitimidad y reflexividad, que actúa como elemento retórico —podríamos decir— en pro de la amplísima difusión que alcanzó su planteamiento entre la comunidad matemática.

El duro juicio de Corry sobre el valor de las estructuras bourbakianas resulta especialmente comprensible dado que las compara constantemente con las categorías, en cuanto medios para la formulación de teorías matemáticas avanzadas. Pero, aunque no dé lugar a un desarrollo teórico simplificador y potente, el planteamiento de Bourbaki parece sensato y adecuado como formulación explícita del marco general en que pretende moverse su enfoque de las diferentes teorías discutidas en los famosos *Éléments de mathématique* (1939-1980). Formulación de connotación conjuntista, que sin duda tiene todas las limitaciones típicas de los planteamientos fundacionalistas. Y a propósito de esto, hay que decir que en la discusión de Corry sobre la teoría bourbakiana se echa de menos un análisis de sus relaciones históricas con enfoques esencialmente idénticos y contemporáneos, como son los que se encuentran entre lógicos como Tarski, en el desarrollo inicial de la teoría de modelos, entre otros ejemplos.

El capítulo 8 analiza los orígenes de la teoría de categorías, desde el primer artículo de Eilenberg y Mac Lane en 1942 sobre transformaciones naturales en teoría de grupos, hasta los intentos de William Lawvere por fundamentar la matemática en base a una axiomatización de la categoría de categorías, durante los años 60. La exposición es clara y bastante accesible, cerrándose con un análisis documentado de las discusiones de Bourbaki a propósito de la "violenta ofensiva de virus functorial" [p. 377] y sus intentos, más o menos infructuosos, de asimilarla desde sus propios presupuestos. Resulta especialmente interesante que este análisis se base parcialmente en números de *La Tribu*, boletín interno de información de los bourbakistas, correspondientes a los años 50. Finalmente, el libro termina con un capítulo en que se resumen cuestiones sobre la relación entre estructuras y categorías, las limitaciones y problemas que encuentran éstas a la hora de dar cuenta de la matemática (con especial referencia a escritos de Mac Lane), y se vuelve sobre el papel de las imágenes en la determinación histórica del álgebra como disciplina.

La presentación del libro es muy buena, como corresponde a la editorial y serie en que se inscribe. El único defecto que puede encontrar el lector son algunas erratas, y a veces incorrecciones, en el inglés, pero que nunca afectan a la comprensión. En resumidas cuentas, un magnífico trabajo que debe convertirse en referencia obligada para quien esté interesado en la evolución del álgebra moderna y del enfoque estructural, y que, salvando algunas partes en que se hace referencia a contenidos técnicos más específicos, contiene mucho material de interés general para historiadores y filósofos de la matemática

José Ferreirós obtuvo el doctorado en lógica y filosofía de la ciencia en 1991, por la Universidad Autónoma de Madrid. Ha publicado diversos trabajos en revistas como *Theoria*, *Historia Mathematica*, y *Archive for History of Exact Sciences*. Asimismo, una versión revisada de su tesis doctoral apareció publicada por el servicio editorial de la Universidad Autónoma de Madrid. Su tema de investigación actual considera los contactos internacionales (dentro de Europa) en el marco de las ciencias físicas y las matemáticas a principios del siglo XIX, con el fin de establecer su papel en el desarrollo interno y en la forma institucional de la ciencia. Realizó un postdoctorado en la Universidad de California en Berkeley y actualmente es investigador en la Universidad de Sevilla.