

## Segundo seminario sobre educación matemática

*Luz Manuel Santos Trigo*

### Introducción

Este seminario está dirigido a los profesores-estudiantes inscritos en el segundo semestre del Programa de Maestría en Ciencias orientada a la Educación Matemática en el Bachillerato, ofrecido en la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN por el Grupo de Estudios sobre la Enseñanza de las Matemáticas en el Bachillerato, durante el periodo de febrero a junio de 1992.

La idea general del curso es continuar estudiando aspectos de la educación matemática que ayuden a entender varias posiciones relacionadas con el aprendizaje de esta disciplina.\* Se han seleccionado tres líneas de desarrollo, relacionadas entre sí, que han demostrado tener influencia directa en la forma de conceptualizar el currículum matemático y su enseñanza. Primero, se intenta explorar ideas acerca de la naturaleza de las matemáticas y su influencia en la selección de los contenidos. Posteriormente se analizarán algunos trabajos relacionados con el aprovechamiento de las matemáticas a nivel internacional. Aquí se estudiarán resultados de la primera y segunda evaluaciones del aprovechamiento matemático a nivel mundial, considerando sus implicaciones y relaciones en el currículum. Finalmente, se revisará el currículum propuesto por la NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) el cual contempla una reestructuración curricular que comprende desde la enseñanza elemental

\* En el primer seminario se examinaron temas que incluyen aspectos generales de la educación matemática, propuestas de enseñanza y aspectos particulares de alguna área de las matemáticas.

asta la enseñanza del bachillerato. En esta parte del curso habrá espacio para discutir algunas propuestas curriculares del nivel medio superior en México.

### Líneas generales del curso

Es reconocido que ideas acerca de qué son las matemáticas influyen directamente en las propuestas curriculares para la enseñanza de esta disciplina. Un currículo que incluya énfasis en demostraciones formales difiere de una propuesta donde una representación geométrica pueda sustituir esas demostraciones. La discusión de qué son las matemáticas y sus fundamentos ha sido un punto de controversia en el medio matemático. En los últimos años, matemáticos como Philip J. Davis y Reuben Hersh han sugerido que en el trabajo real de desarrollar o producir matemáticas, el matemático simplemente avanza contrastando y puliendo sus ideas en un contexto local sin tener en cuenta fundamentos generales de esta disciplina: "La definición de las matemáticas es cambiante. Cada generación y cada matemático reflexivo de cada generación formula una definición, según sus luces" [Davis & Hersh 1988, 24]. Sin embargo, existe la tensión entre quienes sostienen que los principios, reglas y leyes de las matemáticas son inalterables y que solamente los grandes matemáticos (genios) pueden avanzar en esta disciplina. Adler, por ejemplo, expresó que "Cada generación tiene unos pocos grandes matemáticos; las matemáticas no percibirían siquiera la ausencia de los demás. Desempeñan estos segundos un papel útil como docentes, y, aunque sus investigaciones no son dañinas para nadie, carecen por completo de importancia. Un matemático, o es grande, o no es nada" [citado en Davis & Hersh 1988, 58].

Por otro lado, están los que comparten que las matemáticas están en constante cambio y ajustándose a nuevos desarrollos (véanse Lakatos 1978 y Kline 1985). En esta parte del curso se discutirán algunos trabajos relacionados con la naturaleza de las matemáticas y las implicaciones de estas ideas en el currículum matemático. Por ejemplo, ¿a qué nivel deben ser consideradas en el desarrollo del currículum algunas ideas —y cuáles— acerca de la naturaleza de las matemáticas y/o acerca de la producción del conocimiento matemático?

## II

En los últimos años se ha incrementado el interés por evaluar y comparar el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes a nivel internacional. Aun cuando las características de los países participantes pueden mostrar diferencias notables en cuanto a sistemas de educación, se ha intentado identificar algunos problemas similares y avances notables en el aprendizaje de las matemáticas entre ellos. En el análisis del trabajo de los estudiantes se ha propuesto identificar diferentes niveles del currículum. Estos contemplan:

- (i) el currículum que se intenta aplicar,
- (ii) el currículum que se implementa, y
- (iii) el currículum que se logra.

En el inicio del curso se discutirá la necesidad y conveniencia de emplear estos niveles del currículum, así como estudiar los resultados que han surgido de los estudios internacionales sobre el aprovechamiento en las matemáticas.

## III

La AECTM ha coordinado un grupo interdisciplinario de profesionistas para diseñar una propuesta del currículum matemático que contempla desde el nivel elemental hasta el nivel bachillerato. Esta propuesta incluye los contenidos matemáticos mínimos que un estudiante debe aprender al terminar su instrucción preparatoria. Además, se dan sugerencias concretas de cómo debe ser enseñado este contenido.

En esta fase del curso se discutirá esta propuesta teniendo en cuenta su origen, su evolución y sus diferencias con otras propuestas tales como el currículum del bachillerato en nuestro país.

### **Desarrollo del Curso**

**UNIDAD I:** *La naturaleza de las matemáticas y su relación con el aprendizaje*

Tópicos generales:

- a) Caracterización de las matemáticas (símbolos, abstracción, generalización, formalización, estructuras matemáticas, y demostraciones).

- b) Diferentes escuelas del pensamiento matemático (Platonismo, Formalismo, Constructivismo).
- c) Aspectos de la matemática moderna.
- d) El trabajo de Polya y Lakatos.

Material mínimo para esta unidad:

A. De [Davis & Hersh 1988] se discutirán los siguientes temas:

- Capítulo 1.* El paisaje matemático (pp. 23-32):
  - ¿Qué son las matemáticas?
  - ¿Dónde encontrar matemáticas? La comunidad matemática.
  - ¿Cuántas matemáticas conocemos?
- Capítulo 2.* Variaciones de experiencia matemática (pp.39-52):
  - El matemático ideal.
  - Un físico contempla las matemáticas.
- Capítulo 3.* Aspectos externos (pp. 61-74):
  - ¿Por qué funcionan las matemáticas?
  - Respuesta de un convencionalista.
  - Variedad del uso de las matemáticas.
  - Comparación entre la matemática pura y la aplicada. Del hardyismo al mapíoismo matemático.
- Capítulo 4.* Aspectos internos (pp. 97-118): Símbolos. Abstracción
- Capítulo 6.* Enseñar y aprender (pp. 201-233).
- Capítulo 7.* De la certeza a la falibilidad (pp. 235-260).

B. De [Kline 1985]:

- Capítulo 12.* Desastres (pp. 312-335).
- Capítulo 13.* El aislamiento de las matemáticas (pp. 336-369).
- Capítulo 15.* La autoridad de la naturaleza (pp. 395-427).

C. Diudonné 1973 y Thom 1971.

D. Lakatos 1982 (completo).

Esta primera parte del curso se deberá cubrir durante el transcurso de siete semanas.

---

Como trabajo complementario de esta primera parte, cada estudiante seleccionará uno de los siguientes libros para hacer una presentación de él ante sus compañeros; además de esta presentación, el estudiante deberá escribir una reseña del libro (véase más adelante el punto 3 de la evaluación del curso):

1. Mason, Burton & Stacey 1989.
2. Polya 1966.
3. Polya 1972.
4. Lakatos 1978.
5. Kline 1976.
6. Davis & Hersh 1988.
7. Krutetskii 1976.
8. Ortun 1990.

UNIDAD II: *Evaluaciones internacionales y el currículum matemático.*

En esta parte del curso se discutirán los siguientes puntos:

1. Racionalidad y marco conceptual de los estudios internacionales sobre el aprovechamiento matemático.
2. Tipos de currícula y resultados del aprovechamiento matemático del primer y segundo estudios internacionales.
3. Aspectos metodológicos y el análisis de la información.
4. Análisis de la propuesta para el tercer estudio internacional sobre la evaluación de las matemáticas y la ciencia

Material mínimo para esta unidad:

- A. Romberg 1989.
- B. Dirks, Robitaille & Leduc 1989.
- C. Robitaille 1990. Esta segunda parte del curso se deberá cubrir durante el transcurso de cuatro semanas.

UNIDAD III: *Los cambios en el currículum de matemáticas de los niveles medio básico (secundaria) y medio superior (bachillerato).*

En esta parte del curso se discutirán los elementos fundamentales que deben considerarse como marco de análisis del currículum matemático. Algunos puntos que se abordarán son:

---

1. Qué tipo de matemáticas se debe incluir en los niveles de secundaria y preparatoria.
2. Qué tipos de habilidades debe manejar el estudiante en estos niveles.
3. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas.
4. Discusión de la propuesta curricular de la NCTM

Material mínimo para esta unidad:

Se discutirán los dos documentos editados por la NCTM. Además, material relacionado con los contenidos del bachillerato en México tales como las propuestas de contenidos de los CECSyT (Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos), CCCHs (Colegios de Ciencias y Humanidades), CCHs (Colegios de Bachilleres) y Preparatorias.

Esta tercera parte del curso se deberá cubrir durante el transcurso de seis semanas.

### Evaluación del Curso

1. **Presentación de revistas:** en virtud de que es importante que los estudiantes consulten las principales revistas internacionales sobre educación matemática y áreas afines, cada estudiante presentará una revista durante los primeros 10 minutos de la sesión de trabajo (una semanalmente). En la presentación se incluirán los aspectos generales de la revista tales como el tipo de artículos que publica, métodos de investigación y dar a conocer algún artículo representativo.
2. **Control de lecturas:** se deberán entregar semanalmente dos cuartillas (usando un procesador de palabras) donde se discutan preguntas relacionadas con las lecturas correspondientes.
3. **Reseña de un libro:** el estudiante presentará por escrito una reseña de un libro en la que incluya los aspectos generales del libro y una crítica o análisis de la aplicación de las ideas del libro en el salón de clases. Se deberá entregar esta reseña durante la octava semana del curso-seminario.

4. Credo personal: escribir un ensayo (entre 10 y 15 cuartillas) donde se defienda un punto de vista personal acerca de la enseñanza de las matemáticas, el cual deberá ser entregado antes de finalizar la segunda parte del curso.
5. Redactar un trabajo final (15 cuartillas) donde se analice la propuesta de la ANEP y además se defienda alguna propuesta curricular de contenidos para el nivel medio superior. Este trabajo final deberá ser entregado durante la última semana del curso.
6. Un examen final.

### Bibliografía

- CYMERBY, J. 1981. 'Concepts, process, and mathematical instruction'. *For the Learning of Mathematics* 2(1): 6-12.
- DAVIS, Philip J. & HERSH, Reuben. 1988. *Experiencia Matemática*. Barcelona: MEC-Labos. (Traducción al español de Luis Dina García). (Philip J. Davis & Reuben Hersh. *The Mathematical Experience*. Boston, Massachusetts, Birkhäuser Boston, 1981).
- DEJDONNE, J. A. 1973. 'Should we teach "dead" mathematics?' *American Scientist* 61, 16-19.
- IRKES, M., ROBERTAILLE, D. & LEHNS, J. (1989). *Can one do the high school of the United States and Canada* (Bastard). In Robertalle, D.(l.d.). *Evaluation and Assessment in Mathematics Education*. UNESCO.
- IEA Study of Mathematics I, *The Analysis of mathematics curricula*. Edited by Kenneth J. Travers & Jan Weibull. Oxford, England: Pergamon Press, 1989.
- IEA Study of Mathematics II, *The Contents and Outcomes of School Mathematics*. Edited by David F. Robertalle & Robert A. Garden. Oxford, England: Pergamon Press, 1988.
- KLINE, Morris. 1976. *El fracaso de la matemática moderna ¿Por qué fracasó un saber nuevo?* México: Siglo XXI. (Traducción al español de Santiago Gismon). [Morris Kline. *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. New York: St. Martin's Press, 1973].
- KLINE, Morris. 1985. *Matemáticas. La pérdida de la exactitud*. Madrid: Siglo XXI. (Traducción española de A. Ruiz Medina). [Morris Kline. *Mathematics. The Loss of Certainty*. New York: Oxford University Press, 1980].
- KRITTEISKII, V. A. 1996. *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press. (Translated from the Russian by Joan Tenenert).
- LAKATOS, Imre. 1978. *Pruebas y Refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Editorial. (Col. Alianza Universidad No. 206 Versión española de Carlos Soria). [Imre Lakatos. *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976].
- MASON, John, HURTON, Louise & SLODGEY, Kaye. 1989. *Procesos matemáticos de enseñanza*. Barcelona: MEC-Labos. (Traducción al español de Mariana Martínez Pérez). [John Mason, Laurie Hurton & Kaye Slodgey. *Thinking Mathematically*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1982].

- National Council of Teachers of Mathematics. 1989. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. 1990. *Professional Standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- ORTON, Anthony. 1990. *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid: Akasis. (Traducción al español de Guillermo Solana) [Anthony Orton. *Learning Mathematics: issues, theory, and classroom practice*. London: Cassell, 1988].
- POLYA, G. 1966. *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos. (Traducción al español de José Luis Aballant).
- POLYA, G. 1972. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. (Traducción al español de Julián Zugazagoitia) [G. Polya. *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press, 1945].
- ROBITAILLE, D. (1990). *Proposal for the third international mathematical assessment*. UNESCO.
- ROMBERG, T. A. 1989. *Evaluation: A test of many criteria*. In Robitaille, D (Ed.) *Evaluation and Assessment in Mathematics Education*. UNESCO.
- THOM, R. 1971. "Modern' mathematics. An educational and philosophical crisis?" *American Scientist* 59: 695-699.



