Matemáticas y realidad.

Albert Lautman

Los logicistas de la Escuela de Viena pretenden que el estudio formal del lenguaje científico debe ser el único objeto de la filosofía de las ciencias. Se trata de una tesis difícil de admitir por parte de aquellos filósofos que consideran que su tarea esencial es la de establecer una teoría coherente acerca de las relaciones entre la lógica y lo real. Hay un real físico y el milagro que debe explicarse es que se requiera de las teorías matemáticas más desarrolladas para interpretarlo. Hay, del mismo modo, un real matemático y es igualmente admirable ver como dominios enteros resisten toda exploración hasta que se les aborda con métodos nuevos. Fue así que el análisis se introdujo en la aritmética o la topología en la teoría de funciones. Una filosofía de las ciencias que no tuviese que ver con el estudio de esta solidaridad entre dominios de la realidad y métodos de investigación estaría singularmente desprovista de interés. En efecto, el filósofo, por naturaleza, no es matemático. Si el rigor lógico-matemático pueden seducirlo, no es, ciertamente, porque le permita establecer un sistema de proposiciones tautológicas sino porque ilumina los vínculos entre las reglas y sus dominios. Se produce, incluso, el hecho curioso de que aquello que para los lógicos es el obstáculo a eliminar deviene, para el filósofo, el objeto más alto de su interés. Se trata de todas las implicaciones "materiales" o "realistas" que la logística se ve forzada a admitir: son los axiomas bien conocidos de Russell, los axiomas del infinito y el de reducibilidad. La afirmación de que a toda proposición verdadera corrresponde un evento en el mundo implica, sobre todo en los trabajos de Wittgenstein, todo un cortejo de restricciones y precauciones para la lógica. En particular, toda proposición que se refiere al conjunto de proposiciones y toda sintáxis lógica —en el sentido de Carnap— son imposibles pues sería necesario, correlativamente, poder considerar al mundo como una totalidad, lo cual es ilegítimo.

Mathesis, 5 (1989) 557-560

Los logicistas de la escuela de Viena afirman siempre su acuerdo pleno con la escuela de Hilbert. Sin embargo, nada es más discutible. En la escuela logicista, que sigue a Russell, los esfuerzos se encaminan a encontrar los constituyentes atómicos de todas las proposiciones matemáticas. Las operaciones de la aritmética se definen a partir de las nociones primitivas de elemento y de clase y los conceptos del análisis se definen por extensión a partir de la aritmética. La noción de número juega en ello un papel capital y este papel se ve robustecido por la aritmetización de la lógica según los trabajos de Gödel y Carnap. Esta primacía de la noción de número no parece, empero, estar confirmada por el desarrollo de las matemáticas modernas. Poincaré ya había indicado, a propósito de las teorías de la dimensión, que la aritmetización de las matemáticas no correspondía siempre a la verdadera naturaleza de las cosas. Hermann Weyl ha establecido, en la introducción de su libro *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, una distinción que nos parece fundamental y que debe tomarse en cuenta en el futuro de toda filosofía de las matemáticas. Distingue dos corrientes en el seno de las matemáticas: una surgida de la India y de los árabes que pone de relieve la noción de número y culmina en la teoría de funciones de variable compleja y otra que está constituída por el punto de vista griego que quiere que cada dominio conlleve, en sí mismo, un sistema de números característico. Se trata del primado de la idea geométrica de dominio sobre la de número entero.

La axiomática de Hilbert y sus discípulos, lejos de querer reducir al conjunto de las matemáticas a una "promoción" de la aritmética, tiende, por el contrario, a separar, para cada dominio estudiado, un sistema de axiomas tal que la reunión de las condiciones implicadas en ellos haga surgir, de manera simultánea, un *dominio* y un conjunto de operaciones válidas en este dominio. Así se constituyen, axiomáticamente, en el álgebra moderna, la teoría de grupos, de ideales, de sistemas de números hipercomplejos, etc.

La consideración de una matemática puramente formal debe, por lo tanto, dar lugar a un dualismo entre la estructura topológica y las propiedades funcionales relacionadas con esa estructura. La presentación formalista de teorías axiomatizadas de manera parecida es una cuestión del más grande rigor. El objeto estudiado no es el conjunto de proposiciones derivadas de los axiomas sino los seres organizados, de estructuras completas que tienen algo así como una anatomía y una fisiología propias. Citemos como ejemplo el espacio de Hilbert definido por los axiomas que le confieren una estructura apropiada para la solución de ecuaciones integrales. El punto de vista que es importante en esto, es el de la síntesis de las condiciones necesarias y no el del análisis de las nociones primitivas.

Esta misma síntesis entre la operación y su dominio se encuentra, también, en la física bajo un punto de vista ligeramente diferente. En ocasiones, Carnap parece considerar las relaciones entre física y matemáticas como si se tratara de relaciones entre forma y materia. Las matemáticas proveerían el sistema de coordenadas en donde se inscribirían los fenómenos físicos. Esta concepción es difícilmente defendible pues la física moderna, lejos de mantener la distinción entre una forma geométrica y una materia física, reúne, por el contrario, datos espacio-temporales y datos materiales en la armadura común de un modo de representación sintético de los fenómenos; ya sea por medio de la representación tensorial de la teoría de la relatividad o por medio de las ecuaciones hamiltonianas de la mecánica. Presenciamos así, para cada sistema, una determinación simultánea y recíproca del contenido y el continente. Se trata, nuevamente, de una determinación propia de cada dominio al interior de los cuales ya no subsiste la distinción entre forma y materia. Carnap parece tener en verdad, otra teoría acerca de las relaciones entre las matemáticas y la física, mucho más conforme con su tendencia logicista. Considera a la física, no como ciencia de los hechos reales, sino como un lenguaje en el que se expresan enunciados verificables experimentalmente. Este lenguaje está sometido a las reglas de la sintáxis, reglas de naturaleza matemática pues son válidas uniformemente en todo su dominio de definición; reglas de naturaleza física pues su determinación varía con la experiencia. Encontramos aquí, nuevamente la afirmación acerca de la universalidad de las leyes matemáticas en oposición a la variabilidad de los datos físicos. Nos parece que esta concepción no da cuenta del hecho de que esta variación de los datos físicos carece de sentido excepto en relación con la elección previa de las magnitudes susceptibles de variación y que esta elección constituye a la física. El ejemplo de Carnap en *Logische Syntax der Sprache* (p. 131) es característico. Puesto que, dice, las componentes del tensor fundamental métrico son constantes, se trata de una ley matemática; puesto que varían, obedecen a una ley física. El verdadero problema filosófico sería, más bien, saber cómo una geometría diferencial puede convertirse en teoría gravitacional. Este acuerdo entre geometría y física es la prueba de intelegibilidad del universo. Resulta de la puesta a punto, por el espíritu, de un modo de estructurar el universo en armonía profunda con la estructura de este universo. Es concebible que esta penetración de lo real por la inteligencia humana carezca de sentido para los formalistas a ultranza. Estos, en efecto, verían, más bien, en las pretensiones del espíritu por conocer la naturaleza, una marcha que reanima los estudios de Lévy-Bruhl. Comprender sería, para ellos, una experiencia mística análoga a la participación del sujeto en el objeto en el alma primitiva. Sin embargo, el término de participación tiene, en filosofía, un origen distinto y más noble. Brunschvicg ha denunciado, con justicia, la confusión entre ambos sentidos. La participación de lo sensible en lo inteligible, en Platón, permite encontrar, tras los cambios de apariencia, las relaciones inteligibles entre las ideas. Si los primeros contactos con lo sensible no son sino sensaciones y emociones, la constitución de la física matemática nos da acceso a lo real por medio de la estructura de la que éste está dotado. Es, incluso, imposible, hablar de lo real independientemente de los modos del pensamiento según los cuales éste se deja aprehender y lejos de rebajar las matemáticas a ser tan sólo un lenguaje indiferente a la realidad que describe, el filósofo se compromete con él como con una actitud de meditación en la que habrán de aparecérsele los secretos de la naturaleza. No hay, pues, ninguna otra razón para mantener la distinción que hace la Escuela de Viena entre conocimiento racional y experiencia intuitiva, entre *Erkennen* (conocimiento) y *Erleben* (experiencia). Al querer suprimir los vínculos entre el pensamiento y lo real, como si se tratara de negarle a la ciencia el valor de una experiencia espiritual, se corre el riesgo de no tener sino una sombra de ciencia y de rechazar el espíritu de interrogación de lo real en favor de actitudes violentas en que la razón no tiene parte alguna. Este es un abandono que la filosofía de las ciencias no debe aceptar.