Mathesis 12 (1996) 415-423.

Desarrollo de las matemáticas, 1900-1950.

Leo Corry

Pier, Jean-Paul (ed.). 1994. *Development of Mathematics 1900-1950*. Basel: Birkhäuser. 729 pp. + fotografías.

Este volumen reúne doce artículos —de variadas extensiones, seis de ellos escritos en inglés y seis en francés—, cada uno de los cuales presenta un recuento del desarrollo de algún campo específico de las matemáticas en la primera mitad del presente siglo. La lista de los artículos es la siguiente:

Jean Dieudonné (Academia de Ciencias de París): Breve historia de la topología [pp. 34-153];

Joseph L. Doob (Universidad de Illinois). El desarrollo del rigor en la probabilidad matemática [pp. 157-169];

Gaetano Fichera (Universidad de Roma): Vito Volterra y el nacimiento del análisis funcional [pp. 171-183];

Marcel Guillaume (Universidad Blaise Pascal, Clermont-Ferrand): La lógica matemática en su etapa temprana [pp. 185-365];

Walter K. Hayman (Universidad de York): Teoría de las funciones, 1900-1950 [pp. 369-384];

Christian Houzel (Universidad de Paris VII): La prehistoria de las conjeturas de Weil [pp. 385-413];

Jean-Pierre Kahane (Universidad de Paris Sur): De las series de Taylor al movimiento browniano [pp. 415-429];

André Lichnerowicz (Collège de France): Geometría y relatividad [pp. 431-441];

Jean Mawhin (Universidad de Lovaina): Problemas de valor en la frontera para ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineales: de las aproximaciones sucesivas a la topología [pp. 443-477];

Louis Nirenberg (Instituto Courant, Nueva York): Ecuaciones diferenciales parciales en la primera mitad del siglo [pp. 479-515];

Jean-Paul Pier (Centro Universitario de Luxemburgo). Integración y medida, 1900-1950 [pp. 517-564]; y

Wolfgang Schwarz (Universidad Goethe, Frankfurt). Algunas observaciones sobre la historia del teorema del número primo desde 1896 hasta 1960 [pp. 565-614].

Además, el libro incluye fotografías de algunos matemáticos destacados y dos registros de escritos sobresalientes, compilados por Pierre Dugac y otros colaboradores: la primera de ellas es una lista de trabajos importantes publicados en el periodo relevante, año tras año, y la segunda es una bibliografía general.

En la introducción se aclara que el libro surgió al preparar los resultados de un simposio organizado en Luxemburgo en junio de 1992. Tal evento fue, de hecho, un satélite del Primer Congreso Europeo de Matemáticas, que tuvo lugar al mismo tiempo. No queda muy claro cuál es la relación entre las charlas que se dictaron en el simposio y los artículos aquí publicados.

Un análisis detallado de cada una de los artículos incluidos en este volumen sería una tarea ardua de por sí, y a la vez impropiada para el espacio aquí disponible. Ello requeriría, además, una gama de conocimientos matemáticos que va mucho más allá de lo que este reseñador puede ofrecer. Me limitaré, por tanto, a presentar algunos comentarios generales, con la esperanza de que puedan ayudar al lector potencial a ponderar por sí mismo el interés que promete la lectura del libro.

Un rápido examen de los temas tratados, tal y como se mencionó, nos pone ya de sobreaviso que la elección del título del libro ha sido un poco desafortunada. Obviamente, el desarrollo de las matemáticas en esos cincuenta años cubrió muchísimos temas fuera de aquellos que aquí se consideran. Tampoco parece adecuado suponer que la opinión del editor, o de alguno de los participantes, es que aquellos hayan sido *los más importantes* desarrollos de las matemáticas en este período. Uno se pregunta, entonces, cuál fue el criterio de compilación que guió a los editores al concebir este volumen. Aparentemente, entre ellos estuvieron la casualidad y la disponibilidad de artículos por parte de algunos matemáticos destacados. Este tipo de criterios no es de por sí ilegítimo (aunque es al menos cuestionable) a la hora de editar un volumen como el presente, pero sería justo para el lector decir algunas palabras sobre ello en la introducción.

En su ensayo sobre Volterra y el análisis funcional, Pichera cita un pasaje tomado de un libro anterior de Dieudonné, según el cual se ha atribuido una importancia histórica exagerada a los trabajos de

Volterra de 1887, relacionados con el análisis funcional. Fichera no acepta esta opinión de Dieudonné, y afirma que sin duda alguna Volterra debe ser considerado el iniciador de esta disciplina matemática. Con el fin de exponer en su artículo los argumentos que justifican su propia opinión y así contradecir la del 'eminente colega francés' [p. 131], establece una diferencia entre 'revisitación' e 'historia'. Revisitación, explica Fichera, consiste en reexaminar —usando la mentalidad, los conceptos y los resultados que con el paso del tiempo se han ido acumulando— ideas que pertenecen a períodos históricos anteriores al nuestro; la auténtica labor de investigación histórica, por el contrario, implica un esfuerzo consciente por evitar el uso de ideas contemporáneas al intentar reconstruir la mentalidad típica del período estudiado. La finalidad de un esfuerzo de este tipo es entender la mentalidad matemática de tiempos pasados en sus propios términos, dentro de lo posible.

El breve estudio de Fichera aspira a realizar esta última perspectiva; aunque admite que los trabajos de Volterra no llevaron directamente al meollo de los grandes problemas del análisis funcional, se niega a aceptar que esta conclusión pueda deducirse trivialmente de una 'simple declaración axiomática'. Por el contrario, ello requiere un análisis detallado y cuidadoso del material histórico disponible, análisis que propone presentar en su ensayo.

La distinción mencionada por Fichera alude a una conocida, y más general, discusión sobre el objeto mismo de la historia de las matemáticas; discusión que ha dominado el trasfondo de esta actividad académica por lo menos en los últimos veinte años. La intensa actividad que se ha suscitado en tal disciplina durante este período se debe, en no poca medida, a la adopción consciente y sistemática de la perspectiva 'histórica' (por oposición a la de 'revisitación', para usar los términos de Fichera) como norma central del trabajo de investigación del historiador. Esto no quiere decir, de manera alguna, que la segunda perspectiva haya desaparecido, o que la discusión haya finalizado. Dieudonné mismo es tal vez el más destacado e influyente representante de esta otra forma de abordar el estudio de la historia de las matemáticas. Sus numerosos libros y artículos de carácter histórico (gran parte de los cuales son citados en la bibliografía al final del volumen) discuten detalladamente episodios centrales del desarrollo de algunas de las ramas básicas de las matemáticas en nuestro siglo. El presente volumen representa básicamente (aunque no exclusivamente) una contribución adicional a esta corriente historiográfica.

El artículo de Dieudonné sobre el desarrollo de la topología marca claramente la pauta del tipo de trabajos que el lector encontrará en el libro. El interesado en entender, por ejemplo, las ideas desarrolladas por Poincaré entre 1895 y 1900 en dominios que retrospectivamente pueden verse como relacionados con la topología algébrica, podrá encontrar una clara y sucinta traducción de aquéllas al lenguaje de esta última, tal y como la conocemos hoy en día [pp. 45-52]. Por otro lado, el artículo no aclara cuál es la relación entre estos trabajos de Poincaré y sus contribuciones, anteriores o posteriores, a otros campos científicos. Tampoco se nos dice mucho sobre las reacciones contemporáneas al tipo de intereses o de normas matemáticas perseguidos por Poincaré, y las relaciones entre éstos y los de sus colegas: ¿Hubo discípulos que ayudaron a difundir sus ideas?, ¿dónde las publicó y quién las leyó?, ¿eran sus ideas relevantes al tipo de preocupaciones que en aquel momento ocupaban las mentes de otros matemáticos? De hecho, ya en la sección inicial del artículo, Dieudonné declara [p. 36] tajantemente que "la topologia no se convierte en disciplina matemática (con demostraciones rigurosas basadas en definiciones precisas) hasta principios del siglo veinte". Uno se pregunta, entonces, si el mismo Poincaré habría estado de acuerdo, en general, con la validez o la legitimidad de afirmaciones de este tipo; y en particular, si éste es en realidad el caso, ¿qué consideraba Poincaré que estaba haciendo al ocuparse tan intensivamente de ideas que no son parte de lo que Dieudonné considera una disciplina matemática auténtica? El lector interesado en este tipo de preguntas deberá buscar sus respuestas en otros trabajos, ya que aquí no las encontrará.

Las ideas matemáticas discutidas con gran precisión y detalle por Dieudonné aparecen como ideas que tienen vida propia, que se originan casi por generación espontánea en cierto instante del tiempo y que luego siguen una ruta inexorable que conduce eventualmente al estado de desarrollo que aquellos matemáticos que se ocupan hoy en día del tema conocen. Las circunstancias históricas, ideológicas, personales, profesionales e institucionales dentro de las cuales se dieron y se desarrollaron estas ideas, no juegan papel alguno en la reconstrucción histórica de Dieudonné. Su trabajo es puramente de "revisitación".

Similares observaciones podrían hacerse, en general, sobre la mayoría de los artículos incluidos en este libro, aunque lo justo sería tratar a cada uno por separado, explicando cómo abordan su propio tema. Por ejemplo, en su artículo sobre las ecuaciones diferenciales parciales, Niremberg admite que al elegir los temas discutidos, se guió más por sus propios gustos y limitaciones personales que por algún otro tipo de criterio histórico [p. 480]. Esta observación me parece relevante, ya que una dificultad central con la que nos encontramos al tratar de interpretar la historia de las matemáticas, es que la centralidad actual de ciertas disciplinas y problemas matemáticos tiende muchas veces a desvirtuar la situación correspondiente en el pasado. Habiendo dicho esto, su ensayo presenta la ventaja del penetrante análisis de las ideas matemáticas relevantes, sin pretensión de explicación o evaluación histórica en el sentido más preciso de la palabra.

Al igual que Niremberg, Guillaume, en la introducción de su largo artículo sobre la historia de la lógica, señala muchas reservas que deben tomarse en cuenta al leerlo: al escoger los temas, autores, publicaciones y problemas discutidos, se guio básicamente por el deseo de ser comprendido por el público matemático al que se dirige el libro, así como por la facilidad de acceso a tal o cual fuente de documentación —en otras palabras, por condiciones que en cierto modo pertenecen a lo "arbitrario desde el punto de vista histórico" [p. 185]—. No por eso Guillaume piensa que el trabajo sea falto de valor histórico, ni mucho menos. El lector, en todo caso, debe estar atento a este tipo de circunstancias al revisar el ensayo, así como también en los otros trabajos que componen este libro.

Junto con el ya mencionado artículo de Fichera, cabe señalar que Doob, en un también breve ensayo sobre el desarrollo del rigor en la teoría de las probabilidades, se toma la molestia de subrayar que el desarrollo de la ciencia no es un proceso lineal, en el cual se pasa directamente de un éxito al próximo, sino que más bien es zigzagueante, lleno de callejones sin salida, desvíos, y discrepancias. En su ensayo, Doob intenta demostrar que este también es el caso para el dominio que considera.

Como ya indiqué antes, algunas de las decisiones editoriales, empezando por la concepción general del libro, no quedan muy claras al presente reseñador. La gran mayoría de los ensayos, aunque no todos ellos, contienen listas bibliográficas que cada autor compuso según su propio estilo. Por otra parte, hay una bibliografía general que incluye muchos trabajos que no aparecen en los artículos mismos, pero una vez más no es claro cuál es su objetivo. Esta lista cubre también bibliografía secundaria reciente, la cual está casi totalmente ausente de las bibliografías individuales que aparecen al final de los artículos. ¿Cuál es el criterio para componer esta lista y de qué manera los editores pensaron que podría ayudar al lector? Esto no puede decirse con certeza.

El artículo de Dieudonné, por ejemplo, no contiene referencias bibliográficas directas de ningún tipo: él se limita a referirse, al hablar de alguna idea específica, al matemático que la desarrolló y en qué año. Con algún esfuerzo, el lector puede imaginarse, usando la bibliografía general, a qué publicación en particular alude Dieudonné, pero no en todos los casos esto funcionará: por ejemplo en la página 121 Dieudonné escribe que "hacia 1940, Whitney y Steenrod" trabajaron en la clasificación de fibras principales de un cierto tipo. Si el lector deduce que estos dos matemáticos escribieron algún trabajo común, éste no aparece en la bibliografía. Un trabajo de Steenrod de 1940 aparece en la lista con el título de *Regular cycles on compact metric spaces*, que, a primera vista, puede o no estar relacionado con el tema mencionado. La lista de trabajos de Whitney incluye escritos de los años 1938, 1940 y 1941, todos relacionados de alguna manera con el tema: ¿a cuál de ellos se refiere Dieudonné?

Igualmente confusa es la determinación del criterio (si lo hay) según el cual se escogió la literatura secundaria que se menciona en la bibliografía general. Por dar sólo un curioso ejemplo, se cita un trabajo de Luca dell'Aglio y Giorgio Israel sobre las contribuciones de Tullio Levi-Civitá a la teoría de la estabilidad en ecuaciones diferenciales parciales [p. 644]. Levi-Civita es mencionado una sola vez, bastante de paso [p. 498], en el artículo sobre este tema escrito por Nirenberg, quien da en su propia bibliografía una referencia a un trabajo de Levi-Civitá de 1925, que por otra parte no aparece en la bibliografía general. Este mismo también es mencionado un poco más repetidamente en el artículo de Lichnerowicz, que tampoco contiene referencias directas y claras. En la bibliografía general se cita un artículo de Levi-Civita, publicado en 1917, y relacionado con el concepto de transporte paralelo, y un libro escrito en conjunto con Ricci en 1900, referente al cálculo diferencial absoluto, ambos temas discutidos en el artículo de Lichnerowicz. Queda al lector el determinar si estos dos títulos cubren la contribución de Levi-Civitá a los temas discutidos en el volumen. Volviendo al principio de este párrafo, cabe mencionar que el mismo Giorgio Israel ha publicado importantes trabajos históricos sobre Volterra (incluyendo una revisión de su contribución al análisis funcional); éstos no son mencionados ni en la bibliografía general ni en la más reducida que Fichera (colega de Israel en la Universidad de Roma, dicho sea de paso) incluye en su artículo. ¿Cómo se constituyó, entonces, la bibliografía?

Algo similar se observa en referencia a la lista de publicaciones importantes que aparece al principio del libro bajo el título de "Guidelines 1900-1950". La lista fue elaborada —así leemos en una nota al pie de la página— con ayuda de un gran grupo que incluye matemáticos prominentes e historiadores; cubre una gran variedad de campos matemáticos, incluyendo muchos temas que no se discuten en los artículos mismos. En estas circunstancias uno tendería a pensar, o por lo menos a esperar, que la lista manifieste una concepción coherente de cuáles fueron las contribuciones realmente importantes al 'desarrollo de las matemáticas' en la primera mitad del siglo (que como se recuerda es el título del libro), y que va más allá de los temas que por casualidad se incluyeron en el volumen. Sin embrago, a pesar de que claramente hay ahí muchos trabajos cuya centralidad nadie negaría, realmente resulta difícil descubrir alguna coherencia en la selección.

Así, por ejemplo, en 1910 la lista incluye el famoso artículo de Ernst Steinitz sobre la teoría de cuerpos, un trabajo de innegable influencia en el subsecuente desarrollo del álgebra estructural. Pero luego, el mismo trabajo se menciona en 1930, año en que se republicó como un pequeño libro separado con comentarios y bajo la edición de R. Baer y H. Hasse. Uno se pregunta si el trabajo es realmente tan importante como para justificar su aparición dos veces en la lista, especialmente por el hecho de que la influencia del libro fue realmente notable hasta 1920, año en que Emmy Noether publica sus primeros trabajos sobre la teoría abstracta de los anillos. Después de 1930 el libro no dejó de ser interesante, pero ya su influencia directa se hizo marcadamente menor. En el año 1914, para dar otro ejemplo, la lista incluye el nombre de Abraham Fraenkel en relación con la definición de los anillos abstractos; este trabajo no tuvo ninguna resonancia directa en el tiempo de su publicación, y aún visto retrospectivamente parece difícil clasificarlo como un auténtico hito en la historia del álgebra. La mera definición del concepto de anillos en términos abstractos no habría sido importante a no ser por los trabajos de Emmy Noether; y las más decisivas fuentes de influencia de éstos últimos, ciertamente no vinieron de Fraenkel sino de Dedekind, Hilbert, Lasker y Macaulay. Por otra parte, los teoremas de descomposición única para grupos, tales como los de Robert Remak en 1911 y 1924, de Otto Schmidt en 1912, 1913 y 1928, o los de Kurosh en 1935 no han sido incluidos en la bibliografía (aunque el trabajo de Wolfgang Krull en 1925 sobre grupos con operadores, que incluye similares resultados, sí aparece en la lista).

Resumiendo, el presente volumen contiene artículos informativos que pueden ayudar al lector a identificar algunas de las ideas centrales que se fueron acumulando en el curso de los años en disciplinas matemáticas separadamente consideradas por los diferentes autores, y que conllevaron al presente estado de desarrollo de dichas disciplinas. Las ideas matemáticas discutidas aquí no son en general sencillas, pero los autores han hecho algún esfuerzo por tratarlas de una manera clara e inteligible para quien no sea un experto. Además, la prominencia científica de los autores en los diferentes campos es garantía de que sus explicaciones sean también correctas. Sin embargo, el lector potencial no debería aspirar a recibir siquiera una idea general de lo que involucró realmente el desarrollo de las matemáticas en la primera mitad de este siglo. ¿Qué disciplinas recibieron la mayor atención y cuáles menos, y por qué?, ¿qué problemas centrales se resolvieron y qué problemas nuevos se plantearon?, ¿qué métodos se consideraron útiles y cuáles se descartaron, y por qué?, ¿qué instituciones se crearon o destruyeron, y cómo afectó esto el desarrollo de las diferentes disciplinas?, ¿qué influencia (si es que la tuvieron) puede atribuirse a los grandes sucesos históricos del periodo (las dos guerras mundiales, por ejemplo) en el auge y caída de las diferentes ramas de la matemática? Preguntas de este tipo son esencialmente ignoradas en el libro, con excepción de algunas secciones que pueden ser consideradas como oblicuamente relacionadas con ellas. Claramente es una prerrogativa exclusiva de los autores y de los editores el escoger el tipo de pregunta que abordarán en su libro y la forma en que lo harán, pero uno se cuestiona en este caso, si al publicar bajo un título tan ambicioso una colección de artículos, donde los temas arriba sugeridos son sistemáticamente ignorados, no se está expresando claramente la opinión de que este tipo de preguntas son irrelevantes, o a lo sumo de secundaria importancia para entender el desarrollo histórico de las matemáticas. Existe hoy en día una audiencia, lo suficientemente establecida, de matemáticos e historiadores, cuya visión de la historia de la matemática es opuesta a tal opinión, y esta audiencia probablemente encontrará un reducido interés en la presente colección.

Leo Corry, estudió Matemáticas en la Universidad Simón Bolívar (Caracas, Venezuela). En 1990 se doctoró en historia y filosofía de la ciencia en la Universidad de Tel Aviv (Israel), con una tesis sobre los orígenes de la Teoría de Categorías. Ha sido invitado como investigador en la Universidad de Jerusalén, el Instituto Max Planck para la Historia de la Ciencia (Berlín) y el Dibner Institute (MIT). Recientemente publicó su libro *Modern Algebra and the rise of Mathematical Structures* (Basel and Boston: Birkhäuser, 1996). Actualmente investiga las contribuciones de David Hilbert a la física, con especial atención a los eventos relacionados con su descubrimiento de las ecuaciones del campo gravitatorio en la teoría general de la relatividad, simultáneamente con Einstein. Ha publicado artículos en *Studies in History and Philosophy of Science*, *Synthese* y *Isis*. También ha publicado trabajos sobre literatura hispanoamericana moderna (recientemente en *Poetics Today*) y traducciones de ese género al hebreo.