

## Metodología

Herman Weyl

### § 19. Medición

La opinión de que en el mundo real las conexiones cognoscitivas sólo pueden encontrarse si las determinaciones cualitativas se reducen a cuantitativas, que en tiempos modernos se ha refinado en oposición a la filosofía de Aristóteles, ha asumido importancia fundamental para las ciencias naturales. Ésta es la formulación sucinta de Kepler: "Ut oculus ad colores, auris ad sonos, ita mens hominis non ad quævis sed ad quanta intelligenda condita est." [Como el ojo para los colores, el oído para los sonidos, así la mente humana está organizada para comprender todas las cosas.] El nivel de nuestro conocimiento se encuentra en su aproximación a las "mudæ quantitates" [cantidades escuetas]. Galileo enuncia el principio, "medir lo que es medible y tratar de hacer medible lo que todavía no lo es". Su invención del termómetro es una ilustración espléndida a la segunda parte de este postulado.

¿Pero en qué consiste el proceso de medir? Tomemos como ejemplo la *masa inerte*.

De acuerdo con Galileo se atribuye la *misma* masa inerte a dos cuerpos si ninguno de ellos rebasa al otro cuando se lanzan uno contra el otro con la misma velocidad (podemos imaginar que se quedan pegados después de la colisión). Ésta es una definición por abstracción. La igualdad de masa físicamente definida es una relación con el carácter de igualdad (véase el § 2), como puede confirmarse por experiencia. El experimento debe demostrar, además, que la igualdad es independiente de las circunstancias presentes en el proceso de definición, tales como la velocidad de colisión. La igualdad, el primer requisito de toda medición, usualmente trae consigo las relaciones de 'mayor y menor'. En nuestro caso: tiene masa mayor el cuerpo que, a velocidades iguales, rebasa el otro. Finalmente debe darse un proceso de adición; en el caso de las masas ésta consiste simplemente en la unión de los dos cuerpos.

Suponiendo ciertos axiomas que conciernen a estos conceptos fundamentales (los cuales Helmholtz discute en su multitudinario ensayo *Zahlen und Messen*) se puede establecer una escala de mediciones que caracteriza cada valor de la cantidad en cuestión por medio de un número. Puede que sea necesario fijar arbitrariamente cierta unidad de medida (aquí está una nueva componente de relatividad, y éste es el caso con segmentos rectos y masas, por ejemplo); mientras que en otras circunstancias existe una unidad natural, como la rotación completa ( $360^\circ$ ) entre los ángulos. Desde el punto de vista práctico la unidad debe llenar el requisito de ser reproducible en cualquier lugar y en cualquier momento con la mayor exactitud posible.

Un tipo de cantidades distintas a las cantidades 'aditivas' recién caracterizadas son las constantes absolutas y materiales que aparecen en las relaciones funcionales entre cantidades aditivas que son aceptadas como leyes de la naturaleza. En esta categoría está el coeficiente de refracción  $n$ , cuya importancia está señalada por la ley de refracción de Snell: el seno del ángulo de incidencia es  $n$  veces el seno del ángulo de refracción (los dos ángulos son las cantidades aditivas relacionadas entre sí por medio de esta ley). Helmholtz llama a estas constantes cantidades "intensivas", en contraste con las cantidades aditivas o extensivas. En particular todas las valuaciones numéricas de las propiedades son cantidades intensivas.

[Un buen ejemplo es la medición de la temperatura. Dos cuerpos tienen la misma temperatura si al ponerlos en contacto no se afectan uno al otro. El hecho de que cuando  $A$  y  $B$ ,  $B$  y  $C$ , tienen igual temperatura,  $A$  y  $C$  también tienen igual temperatura, no es de ninguna manera obvio, y debe confirmarse por medio de la experiencia. En el campo de las temperaturas no existe una adición que nos lleve a una escala definida. Sin embargo basándonos en la experiencia de que cuerpos de distintas temperaturas producen cambios de longitud entre uno y otro se procede a definir la temperatura por medio de la longitud de un cuerpo fijo que se pone en contacto con el cuerpo a medir. Esta determinación de la temperatura es siempre reproducible e independiente del pasado, mientras que a nuestro sentido de la temperatura un cuerpo de temperatura constante se siente frío o caliente, de acuerdo con el grado de calor al que estuvo expuesta nuestra piel un mo-

Suponiendo ciertos axiomas que conciernen a estos conceptos fundamentales (los cuales Helmholtz discute en su multitudinario ensayo *Zahlen und Messen*) se puede establecer una escala de mediciones que caracteriza cada valor de la cantidad en cuestión por medio de un número. Puede que sea necesario fijar arbitrariamente cierta unidad de medida (aquí está una nueva componente de relatividad, y éste es el caso con segmentos rectos y masas, por ejemplo); mientras que en otras circunstancias existe una unidad natural, como la rotación completa ( $360^\circ$ ) entre los ángulos. Desde el punto de vista práctico la unidad debe llenar el requisito de ser reproducible en cualquier lugar y en cualquier momento con la mayor exactitud posible.

Un tipo de cantidades distintas a las cantidades 'aditivas' recién caracterizadas son las constantes absolutas y materiales que aparecen en las relaciones funcionales entre cantidades aditivas que son aceptadas como leyes de la naturaleza. En esta categoría está el coeficiente de refracción  $n$ , cuya importancia está señalada por la ley de refracción de Snell: el seno del ángulo de incidencia es  $n$  veces el seno del ángulo de refracción (los dos ángulos son las cantidades aditivas relacionadas entre sí por medio de esta ley). Helmholtz llama a estas constantes cantidades "intensivas", en contraste con las cantidades aditivas o extensivas. En particular todas las valuaciones numéricas de las propiedades son cantidades intensivas.

[Un buen ejemplo es la medición de la temperatura. Dos cuerpos tienen la misma temperatura si al ponerlos en contacto no se afectan uno al otro. El hecho de que cuando  $A$  y  $B$ ,  $B$  y  $C$ , tienen igual temperatura,  $A$  y  $C$  también tienen igual temperatura, no es de ninguna manera obvio, y debe confirmarse por medio de la experiencia. En el campo de las temperaturas no existe una adición que nos lleve a una escala definida. Sin embargo basándonos en la experiencia de que cuerpos de distintas temperaturas producen cambios de longitud entre uno y otro se procede a definir la temperatura por medio de la longitud de un cuerpo fijo que se pone en contacto con el cuerpo a medir. Esta determinación de la temperatura es siempre reproducible e independiente del pasado, mientras que a nuestro sentido de la temperatura un cuerpo de temperatura constante se siente frío o caliente, de acuerdo con el grado de calor al que estuvo expuesta nuestra piel un mo-

mento antes. Hierro y madera de igual temperatura se sienten distintos al tacto — cuando calientes, el hierro se siente más caliente; cuando fríos, el hierro se siente más frío. La conductividad externa de calor es parte determinante de estas sensaciones. Así el concepto objetivo de temperatura está muy alejado de los datos sensoriales de percepción del calor. La escala de temperaturas depende de la elección de un cuerpo fijo. Sin embargo, todos los gases reaccionan aproximadamente en la misma forma, y su comportamiento puede describirse por medio de una ley simple con errores relativamente pequeños, esta ley a su vez pasa a ser la característica de un 'gas ideal'. Sólo derivando de la ley de los gases ideales el llamado segundo teorema de la termodinámica, válido para todos los cuerpos, fue posible obtener sin ambigüedades la escala de temperatura del termómetro de gases ideales. La temperatura absoluta se caracteriza, aparte de la aseveración de que cuerpos de la misma temperatura tienen el mismo valor de temperatura  $T$ , por la siguiente ley: la integral de  $dQ/T$  sobre cualquier ciclo de estados virtuales es cero. Aquí  $T$  es la temperatura del estado individual  $\sigma$  y  $dQ$  el incremento infinitesimal de calor que tiene lugar al pasar de  $\sigma$  al siguiente estado a lo largo del ciclo. El calor se mide como energía y es por tanto una cantidad aditiva. En consecuencia la temperatura  $T$  es una cantidad intensiva en el sentido de Helmholtz. Su definición es implícita y como tal presupone la validez de ciertas leyes naturales. Permite elegir arbitrariamente la unidad de medida, pero no el punto cero. Por necesidad  $T$  es siempre positiva, y existe un punto cero absoluto de temperatura. (Al definir como  $100^\circ$  la diferencia entre las temperaturas de ebullición y congelación del agua bajo presión atmosférica, estas temperaturas resultan ser  $373^\circ$  y  $273^\circ$  respectivamente en la escala termodinámica absoluta.

Las leyes de ' semejanza mecánica', de las cuales habla Galileo en el segundo día de su *Discorsi*, están basadas en la relatividad de las determinaciones cuantitativas con respecto a normas arbitrariamente elegidas. Estas leyes hacen posible utilizar modelos pequeños para estudiar eventos reales, tal como puede encontrarse la proporción de los lados de un triángulo, de ángulos conocidos, a partir de un modelo pequeño. Si en un problema de flotación o vuelo ha de tomarse en cuenta la velocidad del medio (agua o aire), entonces, al pasar al modelo, el medio debe remplazarse por uno cuya viscosidad esté cambiada de acuerdo con el tamaño

del modelo. Sin embargo las leyes de semejanza física tienen sus límites. Así, de acuerdo con la teoría de la relatividad espacial, sólo queda una unidad arbitraria de longitud para tiempo y espacio, la velocidad  $c$  de la luz se convierte en la norma absoluta de velocidad. Sin embargo, no es más extraordinaria en la teoría de la relatividad la existencia de una unidad absoluta para velocidades que lo es la existencia de una unidad angular absoluta en geometría. Es una mera consecuencia de la estructura métrica del universo de cuatro dimensiones. Si se añade la constante de gravedad, sólo queda una unidad para todas las mediciones físicas que ha de elegirse arbitrariamente, digamos el segundo como unidad de tiempo. Hasta aquí podemos llegar sin tomar en consideración la estructura atómica de la materia. Con respecto a la teoría atómica y las constantes absolutas que se obtienen de las leyes atómicas, véase el § 22 E y el apéndice F.)

La teoría de la medida incluye el problema de *cómo determinar cantidades en forma más precisa de la que nos permite la capacidad diferenciadora de nuestros sentidos*. ¿Qué ventaja hay en distinguir entre dos tonos de amarillo (tal como los amarillos de dos líneas-D del espectro de sodio), si sensorialmente son indiscernibles? Un ejemplo sencillo es la determinación exacta de la duración de la oscilación de un péndulo: uno observa, digamos, mil oscilaciones y divide el tiempo total por mil. Así se ha incrementado mil veces la exactitud comparada con la que se obtendría al observar una sola oscilación. Aquí se ha hecho una hipótesis teórica, que cada oscilación dura el mismo tiempo. Para el intuitivista, que respeta los límites de la exactitud sensorial y no quiere sobrepararla mil veces, esta hipótesis es tan falta de sentido como el resultado indirectamente obtenido respecto a la duración de una oscilación. Sin embargo la hipótesis puede confirmarse hasta cierto punto al observar que la razón entre la duración de  $m$  oscilaciones sucesivas y  $n$  oscilaciones (donde  $m$  y  $n$  son enteros grandes) es  $m/n$ , desde luego dentro de los límites de exactitud de la observación directa. (La prueba se efectúa con varias series de oscilaciones elegidas al azar). En general la situación es como sigue: en virtud de las leyes exactas de la teoría básica, la cantidad  $x$  a determinarse depende funcionalmente de varias otras. Observando éstas se puede llegar a conclusiones respecto al valor de  $x$  por medio de las cuales se determina  $x$  con mayor exactitud que por observación directa. Las teorías básicas se confirman si

todos los métodos indirectos para la determinación de  $x$  llevan al mismo resultado dentro de un margen de error esperado. En particular, cuanto más tiempo se desarrollen las consecuencias causales de un hecho con mayor exactitud se determina. Una desviación en la dirección de dos proyectiles que no sea notable al principio puede llevar eventualmente a una obvia diferencia: uno de en el blanco y el otro falla. Pero debe recordarse que todas estas determinaciones cuantitativas indirectas y el establecimiento de una diferencia no manifiesta a los sentidos sólo son posibles con base en teorías. Su verificación toma lugar al probarlas en todas sus consecuencias numéricas y encontrar que producen resultados concordantes. (De otra manera las observaciones fuerzan a modificar la teoría.)

[A este campo pertenecen todos los métodos indirectos de la física experimental, desde las herramientas más simples —el vernier, reflexión por espejos para medir pequeñas desviaciones, los espejos rotatorios que ayudan a analizar las vibraciones generadoras de sonido de los cuerpos luminosos, el microscopio— hasta los refinamientos experimentales e instrumentales de la investigación atómica moderna que tratan de hacer visible una partícula atómica a través de sus efectos. Mach, en el capítulo "Das physische Experiment und seine Leitmotive" en *Erkenntnis und Irrtum* (1905) hace un interesante estudio de, y un intento de organizar, los varios principios metodicos utilizados. Aquí hay un campo abierto para la inventividad del experimentador.]

Aun si así puede justificarse la opinión de que el universo es mucho más exacto de lo que aparece a nuestros sentidos, o incluso que es absolutamente exacto, este estado de exactitud absoluta sólo puede verificarlo como observador si espero hasta el fin del tiempo para ver los desarrollos resultantes (así como por la perfección de la física teórica que debe proveer las leyes exactas). Por lo tanto la exactitud completa es una idea al límite y de ninguna forma determinada inmediatamente. La idea de Leibniz de una armonía preestablecida —que él mismo ilustra con el ejemplo de dos relojes enteramente independientes pero sincronizados, no por ejercer una influencia reguladora uno sobre el otro sino por haber sido idénticamente contruidos— contradictorio, por lo tanto, la neutralidad del continuo. En su *Traité*, Hume dice que el refinamiento de las medidas está basado en repetidas correcciones

mutuas, pero que "la noción de cualquier corrección que esté más allá de los instrumentos y aptitud que tenemos es una mera ficción de la mente, inútil e incomprensible" (libro I, parte II, § 4). Aun así uno puede entender la necesidad y utilidad de las matemáticas exactas: la teoría exacta provee el marco de referencia para las verificaciones aproximadas. Si, por ejemplo, adoptamos la geometría de Euclides como teoría del espacio, entonces, con el teorema de que la diagonal del cuadrado es al lado como  $\sqrt{2} : 1$ , estamos preparados para todos los refinamientos futuros en métodos directos o indirectos de medición: nos llevará una y otra vez a nuevas predicciones (de carácter aproximado) u a criterios cada vez más finos por medio de los cuales se pueda comprobar si los cuerpos satisfacen las hipótesis ideales de la geometría euclidiana dentro del grado de exactitud alcanzable en cada paso.

[Recientemente el geómetra danés Hjelmslev defendió una geometría puramente aproximativa (*Abhandlungen des Mathematischen Seminars der Universität Hamburg*, vol. 2, p. 1), con los mismos argumentos de Hume, quien hizo notar: "Nuestras ideas parecen darnos garantía completa de que dos rectas no pueden tener un segmento en común; pero si consideramos estas ideas, encontraremos que siempre suponen una inclinación sensible de las rectas, y cuando el ángulo que forman es extremadamente pequeño, no tenemos una norma de línea recta lo suficientemente precisa como para garantizar la veracidad de esta proposición" (*Traité*, libro I, parte III, § 1). Pero cuando Hjelmslev continúa formulando el teorema de Pitágoras "en un triángulo rectángulo, se pueden asignar números a los lados en tal forma que el cuadrado del número asignado a la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los números asignados a los otros dos lados", entonces uno puede ver la tendencia a reducir el campo de indeterminación de las medidas directamente observadas declarando que la relación funcional enunciada en el teorema ordinario de Pitágoras es una ley invariable y exacta. Si uno piensa que el mismo segmento que aquí funciona como hipotenusa puede ser constituyente de una infinidad más de figuras, con cuyas otras partes está asociado por relaciones funcionales semejantes, se llega al concepto de una teoría exacta como el que domina a la física constructiva. Hjelmslev, incidentalmente, se preocupa demasiado por las figuras dibujadas en el pizarrón y está en disposición de olvidar que la geometría

ría también debe servir como una base ideal para la astronomía y la física atómica. La ciencia constructiva puede sostener el intuicionismo de Brouwer; pero el sensualismo de Hume y Hjelmslev —que en principio reconoce como real sólo lo inmediatamente determinado, sin ser capaz de llevar esto adelante— es mortal para la ciencia.]

El medir, como lo hemos considerado hasta ahora, estaba basado en el hecho de que en muchos casos las cantidades físicas están sujetas a las nociones de igualdad y adición y sus axiomas característicos, y en virtud de esto sus valores se proyectan sobre una escala numérica. "Así —dice Maxwell (*Scientific Papers*, 1, p. 156— todas las ciencias matemáticas están fundadas en las relaciones entre leyes físicas y leyes de los números." Por muy importante que sea el método particular discutido aquí de introducir símbolos numéricos en las ciencias naturales, no parece ser una modalidad decisiva del análisis cuantitativo. Si se crea una base para una diferenciación aritmética de los lugares individuales de un continuo extendiendo sobre él una red de división, con amplio margen de libertad en todos sus pasos de refinamiento y afinación (pero ligado por un esquema combinatorio fijo), entonces el procedimiento es diferente, y como si dejáramos mucho más holgado que en el caso de las mediciones propiamente dichas. Aún más, la medición de hechos físicos observables (que no son cantidades escalares sino vectoriales o "tensoriales", tales como el campo métrico) sólo es posible en relación a un sistema coordinado introducido arbitrariamente en el universo. Esta libre inserción de coordenadas y la medición basada en la adición de elementos iguales puede ser típica para los diferentes niveles en que se aplican los métodos: el primero a la forma, el segundo al contenido del universo. Sin embargo, la única modalidad decisiva de todas las mediciones es, según parece, *representación simbólica*; incluso los números no son de ninguna manera los únicos símbolos utilizables. La medición permite una presentación *conceptual* de las cosas (relativas a la supuesta base de medida), por medio de símbolos. Si se representa una porción del plano euclidiano infinito por medio de un disco plano de metal, podemos al principio fijar lugares sólo dentro del dominio del disco, usando marcas materiales que sean cualitativamente diferentes y permanentemente reconocibles. Pero una vez que se hayan marcado sobre el disco dos ejes rectangulares y una unidad de longitud, entonces podemos no



sólo ("idealmente" y con base en una teoría sobre el comportamiento de varas rígidas para medir) extender sobre él una red arbitrariamente fina de posiciones bien caracterizadas por medio de una asignación de coordenadas, sino que este método indirecto nos permite poner estas "marcas numéricas" ideales más allá de las fronteras del disco. Así usamos a la Tierra como base para explorar el espacio sideral.

Finalmente, al tomar medidas hay una tendencia a reducir las observaciones sensorias inmediatas, las que naturalmente nunca podemos eliminar, a las más exactas y seguras de entre ellas, o sea coincidencias espacio-temporales (en particular, tratamos de eliminar la comparación subjetiva de colores e intensidades de luz). Cualquier medida debe finalmente asegurar, así lo deseamos, cuando una marca sobre una escala (un indicador móvil o por el estilo) coincide con cierta marca en otra escala. En el caso de una observación astronómica la lectura del círculo graduado se hace precisamente en esta forma, mientras que el apuntar el instrumento a una estrella utiliza una "coincidencia" modificada por la intercalación de la luz, o sea la coincidencia de estrella e hilos cruzados.

## § 20. Formación de conceptos

Dilthey, en su ensayo sobre la autonomía del pensamiento en el siglo XVII (*Gesammelte Schriften*, II, 3ª edición, 1923) describe el desarrollo de la mecánica hasta Galileo. "Llega Galileo, y con él un verdadero análisis de la naturaleza, después de más de dos mil años de meras descripciones y contemplaciones formales que culminaron en la descripción copernicana del universo." Para este análisis es decisivo aislar eventos simples dentro de la complejidad de los hechos, y diseccionar el curso del universo en elementos recurrentes simples. Ya Bacon había propuesto la fórmula "*discere naturam*". "Sólo los matemáticos buscaron alcanzar certeza y evidencia, porque empezaron con lo más sencillo y simple" (Descartes, *De Método*). La fuerza de las ciencias naturales se basa en no poca medida sobre su renuncia a diseñar de un solo golpe un "sistema de la naturaleza", su reticencia a tratar con los pequeños problemas particulares y su paciencia infinita en submitirlos a un análisis detallado. El mismo Descartes perió fuertemente contra su propia observación metódica. La superioridad que sobre

él tiene Galileo en el campo de las ciencias naturales se puede atribuir en parte al hecho de que Galileo, en sus investigaciones sobre la caída de los cuerpos, siempre ejerció esa "restricción que caracteriza al maestro".<sup>1</sup>

Podemos distinguir las fases siguientes de disección en elementos simples, de las cuales las tres primeras todavía pertenecen a la época precientífica.

(1.) Disección de la realidad espacial tridimensional en sistemas parciales (cuerpos o cosas), formando cada uno de ellos una unidad relativamente constante y espacialmente intuitiva. Cada uno es considerado independiente de los otros en su comportamiento, a menos que un análisis progresivo exija correcciones. Muy conectada con ésta se halla la disección de la realidad espacio-temporal en eventos aislados que forman unidades intuitivas naturales.

2. La concepción de que un evento intuitivamente experimentado se ha producido por la coincidencia y amalgama espacio-temporal de varios fenómenos simples (cada uno de los cuales produce otras percepciones que el fenómeno como un todo si se "eliminan" o reemplazan las otras por "condiciones normales"; por ejemplo, el Sol poniéndose detrás de una nube de bordes dorados).

3. La consciencia de "ser así", mostrando las modalidades (partes autoinsuficientes) características del fenómeno. Sobre este procedimiento se basa la agrupación de cosas semejantes, la subordinación bajo conceptos, en una palabra: clasificación. Esta clasificación se corrige a sí misma a medida que aumentan nuestras experiencias. Así aprende a distinguir mejor y mejor lo verdaderamente esencial de lo inessential y progresa para la formación de más y más clases "naturales". Un concepto es tanto más esencial cuantas más connotaciones cause de acuerdo con la evidencia de los experimentos, o sea, cuantas más características no contenidas en el concepto mismo se encuentren empíricamente que son comunes a los objetos que caen bajo el concepto.

4. No estamos satisfechos con elementos intuitivamente aislables sino que interpretamos una serie de propiedades que siempre aparecen juntas como indicación de algo escondido. Esto lleva a elementos hipotéticos, tales como los átomos, fuerzas, campo electromagnético, etcétera. Más aún, aprendemos a interpretar no

<sup>1</sup> "In der Beschränkung zeigt sich erst der Meister" conocida frase del santo *Natur und Kunst* de Goethe.

sólo las propiedades observables sino también las reacciones que ocurren cuando un sistema se pone junto a otro como manifestaciones de estos elementos hipotéticos y de sus valores intensivo y cuantitativo. (Reacciones instigadas a voluntad son la esencia de los experimentos.) Finalmente, no vacilamos en diseccionar hipotéticamente aun lo que es intuitivamente simple, por ejemplo, la luz solar blanca en los colores del espectro, o la aceleración de un planeta en las aceleraciones parciales debidas al Sol y los otros planetas. Es evidente que simultáneamente con la disección se han de establecer los principios sintéticos de acuerdo con los cuales los elementos se unen en un todo (por ejemplo, formación de la resultante de fuerzas).]

Empezando en cualquier lugar con lo más simple, encontramos, entre los elementos recurrentes y las variaciones de sus valores, relaciones constantes que pueden explorarse cuantitativamente y expresarse por funciones matemáticas. Lo decisivo es: cuanto más progresa el análisis, más detalladas se hacen las observaciones y más se refinan los elementos en que se disecciona el fenómeno, y se hacen más simples —y no más complicadas, como podría esperarse— las leyes básicas, que en forma más completa y exacta explican el curso de los eventos. Y sólo por medio de este análisis aparecen los conceptos constructivos correctos que sirven para describir la naturaleza objetiva; estos están completamente ligados con hechos definidos y leyes naturales válidas.

[¿Qué nos compele a pensar en física que el color blanco uniforme es algo compuesto? Es la ley causal, asegurando que iguales, bajo condiciones iguales, producen reacciones iguales. Ella requiere que dos colores, que a los sentidos aparecen como el mismo blanco, contengan diferencias "escondidas", ya que, al pasar por el mismo prisma producen espectros diferentes. (En principio, lo que pasa aquí no es distinto al caso de dos pelotas esféricas de apariencia idéntica y peso e inercia diferentes, y que al ser abiertas se encuentra que una de ellas contiene un núcleo de plomo.) Se encuentra que la variedad escondida en la luz blanca se describe mejor en función del espectro y su distribución de intensidad. Al principio se mezclará en esto el aparato usado en la reacción, el prisma con sus propiedades especiales, y se hace necesario que variando la forma y sustancia del prisma aprendamos a separar las dos influencias. En esta forma llegamos a la escala de longitudes de onda de los colores espectrales, que es independiente del pris-

ma. En el ejemplo anterior de la fuerza ponderomotora ejercida sobre una partícula en un campo generado por conductores cargados, hemos explicado en detalle cómo se lleva a cabo esta separación. La luz polarizada de un cierto color espectral e intensidad es, por otro lado, algo simple, pues su comportamiento está siempre determinado por las características mencionadas.]

Un ejemplo típico de formación de conceptos físicos es el concepto de masa de Galileo. Hemos mencionado antes el criterio de igualdad de masa. Aquí el concepto de *cantidad de movimiento* es anterior al de masa. Dos cuerpos que se mueven uno hacia el otro (cada uno con traslación uniforme de acuerdo a la ley de inercia) tienen cantidades de movimiento iguales y opuestas si al chocar ninguno rebasa al otro. Repetimos el criterio de Galileo al decir que dos cuerpos tienen la misma masa si, a iguales velocidades, tienen igual cantidad de movimiento. Estamos tratando con un concepto constructivo en el sentido de la descripción dada en la página 11. En lugar de, o junto con, manipulaciones puramente intelectuales en el campo de los números, tenemos aquí, en la esfera material, experimentos reales (o la menos realmente posibles), cuyos resultados se utilizan para la determinación numérica de características. Éste es un paso de gran importancia. Después de quitarle a la materia todas las cualidades sensorias, al principio pareció que sólo se le podrían atribuir propiedades geométricas. En este respecto Descartes fue completamente consistente. Pero ahora parece que se pueden obtener otras características numéricas de los cuerpos a partir de las leyes que obedecen los cambios de movimientos en una reacción. Así la esfera de los conceptos propiamente físicos y mecánicos se abre más allá de la geometría y la cinemática. Básicamente la definición de masa de Galileo implica la ley de la cantidad de movimiento: "Un cuerpo aislado (en movimiento uniforme) tiene una cierta cantidad de movimiento,  $\vec{I} = m\vec{v}$ , que es un vector en la misma dirección de la velocidad  $\vec{v}$ . La suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos individuales de un sistema aislado es igual antes y después de la reacción." Sujetando los movimientos observados a esta ley, es posible obtener datos numéricos para la evaluación de los cocientes de las masas  $m$  de los cuerpos individuales antes y después de la reacción. *La ciencia natural constructiva tiene como tarea general asignar a los objetos características cuantitativas constructivas*

(dependientes sólo del objeto pero no necesariamente observables) tales que hagan su comportamiento, bajo circunstancias descritas por características del mismo tipo, completamente determinado y predecible con base en las leyes naturales. La definición implícita de característica está ligada a estas leyes. De esta manera la ciencia cumple con el postulado (no satisfecho si sólo se admiten cualidades sensorias) de que "todos los cambios sufridos por los cuerpos tienen su causa en la naturaleza y cualidades de los cuerpos mismos" (Euler, *Anleitung zur Naturlehre*, capítulo 1, § 2, *Opera postuma*, II, 1832). El convencionalismo de Poincaré hizo énfasis particular en el hecho de que no encontramos sino hacemos cumplir los principios generales del conocimiento natural.

Volviendo al análisis temporal del proceso de reacción, y considerando que para un cuerpo aislado  $k$  la cantidad de movimiento  $\vec{I}$  es constante en el tiempo, tomamos el cambio de esta cantidad por unidad de tiempo,  $\frac{d\vec{I}}{dt}$ , llamada fuerza, como una medida del efecto que otros cuerpos  $k_1, k_2, \dots$  tienen sobre  $k$ . Newton reconoció que la fuerza está compuesta aditivamente (de acuerdo con la ley del paralelogramo para sumar vectores) de fuerzas individuales ejercidas sobre  $k$  por cada uno de los cuerpos,  $k_1, k_2, \dots$ , y que esto ocurre en tal forma que, por ejemplo, la fuerza ejercida por  $k_1$  sobre  $k$  en un cierto momento depende sólo de la condición de esos dos cuerpos (posición y velocidad) en ese instante. Éste es el verdadero sentido de la descomposición de una fuerza en varias fuerzas componentes. Viendo estos hechos, uno no puede evitar la conclusión de que la definición 'fuerza = derivada con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento' no refleja adecuadamente la naturaleza de la fuerza y que el estado real de las cosas es al revés: fuerza es la expresión de un poder independiente que conecta los cuerpos de acuerdo con su estructura interior y movimiento y posición relativos, y que este poder es la causa del cambio de la cantidad de movimiento con el tiempo. Así la interpretación metafísica se conforma a la construcción teórica. La física tiene la tarea, a través de la ley básica del movimiento, de explorar las fuerzas que operan entre los cuerpos en su dependencia de posición, movimiento y condición interior. Esta última entra en las leyes de la fuerza por vía de números que caracterizan el estado interior de los cuerpos en reacción, tal como la carga eléctrica en el caso de la ley de Coulomb de atracción y repulsión

de electrostática. Así el concepto de fuerza se convierte en fuente de nuevas características físicas medibles de la materia.

Mientras que la concepción metafísica de la naturaleza se modifica con los resultados de la construcción teórica, que debe encontrar en esa concepción una expresión sugestiva y fructífera, usualmente existe ya en el fondo de la investigación concreta una idea preconcebida que está en feliz consonancia con los hechos. Galileo ve en el proceso de movimiento la intensidad dinámica, el empujón, el ímpetu o momento. Para él el movimiento depende del conflicto entre dos tendencias, inercia y fuerza, fuerza que desvía al cuerpo del sendero dictado por la inercia. La masa es el coeficiente dinámico de acuerdo con el cual la inercia resiste a la fuerza desviadora. Refiriéndose a Galileo, Goethe observó en su *Geschichte der Farbenlehre* (sección 4, Galileo Galilei): "En ciencia todo depende de lo que se llama un *aperçu*, un reconocimiento de lo que está en el fondo de los fenómenos y este reconocimiento es infinitamente fructífero." Dado el aspecto básico correcto, emergen en el curso de la investigación conducida bajo su guía los conceptos básicos correctos.

[En su libro *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* (1910) E. Cassirer ha tratado de demostrar que la formación de conceptos en matemáticas y física no corresponde de ninguna manera al esquema lógico de Aristóteles. En geometría analítica plana se define una elipse por medio de su ecuación, igualando a la unidad una forma cuadrática positiva de las coordenadas. La elipse individual se obtiene sustituyendo valores específicos en lugar de los coeficientes de la forma cuadrática (quienes pueden variar, en un dominio predeterminado, el continuo de los números reales). No podemos estar de acuerdo con la observación de Cassirer de que en este procedimiento el concepto más general es el más rico; ya que las propiedades de una elipse particular dependen, además de la forma general de la ecuación, de los valores específicos de los coeficientes. Es cierto, sin embargo, que los casos especiales se obtienen del general asignando valores determinados a las "variables" dentro de un dominio completamente determinado o abierto a construcción libre. Aristóteles asciende del objeto al concepto aislando características individuales del objeto y "abstrayéndose" de cualquier otra cosa. Así cualquier otro objeto que exhiba las mismas características cae bajo el mismo concepto, o en la misma clase. En este procedimiento (como en la zoología o botá-

nica descriptivas) sólo se toman en cuenta los objetos *realmente* existentes, y las clases son formadas de tal manera que, de acuerdo con el testimonio de la experiencia, el concepto requiere tantas "connotaciones" como sea posible. En la formación físico-matemática o "funcional" de conceptos, por otro lado, no toma lugar ninguna abstracción, sino que hacemos variables ciertas características individuales que pueden variarse continuamente (tal como los coeficientes de la forma cuadrática en el caso de la elipse), y el concepto no se extiende a todos los objetos reales, sino a todos los objetos *posibles* así obtenidos. "La posibilidad de un refinamiento arbitrario, el fácil estudio y manejo de todo un continuo de casos con garantía de completación —de acuerdo con Mach (*Prinzipien der Wärmelehre*, 3ª edición, 1919, p. 199)— justifican la preferencia puesta sobre estas construcciones cuantitativas." En este estudio es esencial que el continuo no sea un agregado cerrado sino un campo de determinaciones abierto al infinito; ya que de otra manera regresaríamos al esquema aristotélico de modalidades características ("un conjunto de puntos  $(x, y)$  es una elipse si existen números  $a, b, c$ , tales que todos los puntos del conjunto y sólo ésm satisfacen la ecuación  $ax^2 + bxy + cy^2 = 1$ "). Así los objetos particulares que caen bajo el concepto funcional han de ser *generales*, y no debe hacerse la pregunta de si un objeto cae bajo él con la esperanza de que "los hechos" han de contestar necesariamente con un claro sí o no.

Por medio del diagrama platónico de la página 58, que es idéntico a la red de división del continuo unidimensional, Platón asigna su lugar a todos los seres procediendo de lo general a lo específico por hipartición (diéresis). Este esquema, así como la concepción platónica de las ideas como números basada en él, no está muy alejado de la concepción físico-matemática moderna del mundo. La primera no tendría más que modificarse en forma tal que, primero, algunos pero no todos los niveles y divisiones —como sostiene Platón (diseción del animal de sacrificio, *Fedro*, 265c; *Político*, 287c)— estén prescritos por los hechos y puedan ejecutarse exactamente (esta posibilidad cesa en cuanto se presenta un continuo uniforme y conexo); y segundo, que el proceso continúe *ad infinitum* y el ente individual sólo aparezca en el horizonte como una idea límite. Una característica de Aristóteles es que voltea este diagrama y empieza desde el fondo, con los seres individuales, mientras que Platón empieza con el 'uno'.

En particular, los conceptos obtenidos por abstracción matemática de acuerdo con la regla dada al final del § 2 son de naturaleza 'funcional'.]

### § 21. Formación de teorías

El carácter constructivo de las ciencias naturales se ha vuelto obvio a través de lo que se ha dicho antes. No se les puede atribuir un sentido intuitivamente verificable a las proposiciones científicas particulares, la verdad forma un sistema que sólo en su totalidad puede ponerse a prueba. Hobbes desarrolló el punto de vista (*English Works*, VII, p. 183) de que llegamos al conocimiento sólo en aquellas ciencias que construyen sus objetos basándose en las condiciones estructurales que se hallan dentro del sujeto conocedor. La realidad, para Hobbes, no reside en las imágenes de la conciencia sino en el contenido de éstas que hace posible una construcción de objetos. En contraste con el metro *cognitio* ve en este proceso sintético de generar fenómenos a partir de su origen la *scientia* en el sentido estricto. Esto —asegura— sucede dentro de las ciencias naturales hasta donde alcance la deducción matemática. "Así la conciencia de la autonomía del intelecto humano y su poder sobre las cosas físicas —dice Dilthey (*Gesammelte Schriften*, II, p. 260)— fueron definitivamente establecidos por los grandes descubrimientos de Copérnico, Kepler y Galileo, y la teoría de la construcción de la naturaleza por medio de elementos lógico-matemáticos de conciencia dados *a priori* se convirtió en la convicción dominante de las mentes más progresistas." Los materiales de construcción en la física moderna no son ya los elementos de conciencia abstraídos de la realidad, sino símbolos puramente 'aritméticos'. De hecho, Dingler (*Die Grundlagen der Physik*, p. 305, 1923) define a la física ese dominio científico en el cual se lleva hasta su fin el principio de construcción simbólica. Pero, junto a la construcción apriorística, tenemos la experiencia y el análisis de la experiencia por medio del experimento. "La imaginación científica del hombre estaba regulada por los métodos estrictos que sujetaban las posibilidades latentes en el pensamiento matemático a experiencia, experimento y confirmación por hechos... Los resultados así obtenidos han hecho posible un progreso regulador y concreto en la investigación científica por los esfuerzos comunes de varios países. Puede decirse que sólo ahora



la razón humana se convirtió en una fuerza unificada trabajando concordantemente dentro de las diversas naciones civilizadas. El trabajo más difícil de la mente humana en este planeta se logró por esta regulación de la imaginación científica, que se subordinó a la experiencia". (Dilthey, "Der entwicklungsgeschichtliche Pantheismus", *op. cit.*, II, p. 346.)

[Permitásenos ilustrar lo dicho antes con la teoría de los fenómenos electromagnéticos. Como solamente nos interesan los puntos esenciales, es permisible para evitarle al lector las dificultades de la física relativista suponer que la velocidad de propagación es infinita. Suponemos que hay cuantos materiales elementales a los que se adscriben masas y cargas fijas de una vez por todas. El campo electromagnético queda determinado por la posición y velocidad de estos electrones en un instante  $t$  y en virtud de ciertas leyes generativas. Este campo, de acuerdo con otras leyes, está conectado con la energía y cantidad de movimiento distribuidas en el espacio, y ejerce, en virtud del flujo de cantidad de movimiento, ciertas fuerzas ponderomotoras sobre los electrones generadores. La fuerza, finalmente, produce la aceleración de los electrones, de acuerdo con la ley fundamental de la mecánica; la velocidad y aceleración determinan el cambio en posición y velocidad durante el siguiente intervalo de tiempo  $dt$ , determinando así la posición y velocidad en el instante  $t + dt$  a partir de la posición y velocidad en el instante  $t$ . Repitiendo esta transición infinitesimal  $t \rightarrow t + dt$  una y otra vez se obtiene todo el movimiento a través del proceso matemático de integración. Sólo este contexto teórico completo, en el cual también la geometría juega su papel obvio, puede dar una prueba experimental; y esto sólo bajo la hipótesis ideal de que el movimiento de los electrones es tal como lo vemos directamente. Sin embargo, una ley particular que se saque de este contexto teórico cuelga en el aire. Así, en el último análisis, todas las partes de la física y de la geometría crecen juntas en una unidad indivisible.

Por las mismas razones una teoría se desarrolla por medio de correcciones contiguas, ya que es movida por una siempre creciente riqueza y precisión en la experiencia. "El progreso de la ciencia depende de la ciencia misma, es una extensión y no una creación". (Euriques, *Problems of Science*, Royce, 1914, capítulo III, § 37 p. 165). Cuando se estableció por observación la teoría del movimiento planetario de Kepler y Newton, se supuso tácitamente que

cada evento tomaba lugar en el instante de ser percibido. Solo más tarde, Roemer descubrió la velocidad finita de propagación de la luz por medio de las desviaciones aparentes del movimiento de los satélites de Júpiter con respecto al movimiento requerido por la teoría. Se ha empleado una teoría (propagación instantánea de la luz) que después prueba ser falsa. Pero la hipótesis de su corrección aproximada (junto con otras premisas tomadas de la experiencia) lleva a reconocer su ligera inexactitud y a su corrección. Pero sin la hipótesis preliminar no se hubiese podido dar ni el primer paso. La cuarta regla de Newton para el estudio de la naturaleza se refiere a esto (*Principia*, edición Gajori, p. 400): "En la filosofía experimental hemos de considerar como exactas o casi verdaderas las proposiciones inferidas por inducción general a partir de los fenómenos, sin importar cualquier hipótesis contraria que pueda imaginarse, hasta que aparezca otro fenómeno, por medio del cual se hagan más exactas, o se muestren como debidos a excepciones."]

Para facilitar la tarea del teórico, el experimentador trata de arreglar su experimento de tal forma que sea lo más sensitivo posible a una ley y lo más insensitivo posible a todas las demás leyes que intervienen, amortiguando la influencia de las circunstancias que están gobernadas por estas últimas. Esto da lugar, entre otras cosas, a los tediosos esfuerzos para eliminar todas las 'fuentes de error'. Pero la influencia de ciertos elementos como el campo métrico no puede eliminarse jamás. Si un hecho está en desacuerdo con toda la teoría disponible, se le deja al teórico determinar dónde debe ser modificada la teoría. No es posible formular reglas generales para esto, ni tampoco para determinar el peso relativo que los hechos deben tener sobre la interpretación teórica; esto queda a la discreción del genio. La teoría general de la relatividad apareció porque Einstein se dio cuenta de la naturaleza fundamental y particular importancia de un hecho, la identidad entre masa inerte y pesada. No se debe rechazar la posibilidad de que varias construcciones diferentes puedan ser adecuadas para explicar nuestras percepciones; en reconocer esta 'ambigüedad de la verdad', Hobbes y D'Alembert precedieron a los positivistas modernos. En una conferencia con ocasión del sesagésimo aniversario de Max Planck en 1918, Einstein describe con gran justicia la verdadera situación epistemológica: "El desarrollo histórico ha demostrado que entre todas las construcciones teóricas imaginables hay siempre

una que prueba ser sin duda superior a las demás. Nadie que profundice en el asunto puede negar que el mundo de las percepciones determina virtualmente sin ambigüedad el sistema teórico, aunque ningún camino lógico lleve a los principios de la teoría."

En cualquier etapa dada de la construcción teórica existe una jerarquía de leyes, ya que se adscriben diferentes grados de estabilidad a las diversas leyes. A algunas se adhiere con gran tenacidad al tomarlas como principios. Por mucho tiempo se consideraron sacrosantas las leyes de la geometría euclidiana. Los principios de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento son de estabilidad comparable, si no es que mayor. Cierta es que se puede sostener una porción considerable del sistema teórico ante cualquier experimento siempre que pueda variarse el resto. Así en la práctica de la investigación científica está siempre la división kantiana de *a priori* y *a posteriori* y en su lugar tenemos una rica escala de grados de estabilidad: La forma simple y el carácter instintivamente convincente de una ley, junto con su significación decisiva en un dominio extenso de hechos, le dan su rango de principio. Por ejemplo, la simple y convincente ley de inercia, que al principio parece suficientemente confirmada en nuestras experiencias sobre movimientos relativos a la Tierra, se sostiene aun cuando es contradicha por experiencias más refinadas (el experimento del péndulo de Foucault), usando el 'subterfugio' de decir que la ley no se refiere a movimientos relativos a la Tierra, sino a un 'movimiento absoluto' que ha de determinarse a partir del fenómeno. La ley de la conservación de la cantidad de movimiento está basada sobre el hecho 'evidente' de que un sistema de cuerpos, originalmente en reposo, no puede ponerse en traslación bajo el efecto de sus propias fuerzas; más exactamente, las reacciones interiores de un sistema aislado de cuerpos en reposo son incapaces de impartir un movimiento de traslación uniforme común a una porción del sistema dejando la otra como estaba. Al darnos cuenta cuando Münchhausen cuenta haber salido de un pantano jalándose de la coleta, traicionamos nuestro conocimiento intuitivo de este hecho. Otros ejemplos son la regla de composición de velocidades, aceptada casi sin darse cuenta por Galileo (*Discorsi*, cuarto día), y el principio de conservación de la energía.

[El principio de conservación de la energía, enunciando que los cuerpos de un sistema en un campo de gravedad homogéneo no

puoden levantarse a sí mismos a un nivel superior, fue usado por Galileo y Stevin para derivar la ley del plano inclinado, y por Huyghens para reducir el péndulo compuesto al 'matemático' (*Horologium oscillatorium*, 1673). Huyghens ya conocía la idea general del principio de la energía. Dice (*op. cit.*, p. 95): "Si los inventores de nuevas máquinas, quienes vanamente tratan de construir una máquina de movimiento perpetuo, siguieran esta hipótesis más, reconocerían pronto su error y verían que su meta es totalmente inabarcable." Leibniz traduce el principio de la energía en la fórmula *causa aequat effectum* y lo considera como consecuencia especial del principio de razón suficiente requerido por la "lógica de la cantidad"; basa en él su medida de la *forces vivae*. Una experiencia negativa universal del tipo 'Esto nunca sucederá, no importa cuáles sean las circunstancias' es mucho más convincente que un experimento que confirma. Así el principio de la energía está apoyado en el fracaso de todos los intentos de construir un *perpetuum mobile*; y del mismo carácter son los principios de la teoría de la relatividad, el principio de la relatividad especial y el principio de la 'constancia de la velocidad de la luz'. Atacando a la filosofía escolástica, dice Newton (*Opticks*, edición Whitaker, pp. 401-402): "Decimos que cada Especie de Cosas posee una cualidad específica oculta por medio de la cual actúa y produce Efectos manifiestos, es no decirnos nada: Fern derivar dos o tres Principios generales del Movimiento a partir de los Fenómenos, y decirnos después cómo se siguen a partir de estos Principios las Propiedades y Acciones de todas las Cosas corpóreas, sería un gran paso en filosofía, aunque no se hubiesen descubierto las Causas de estos principios."

La simplicidad se considera *sigillum veri* [el sello de lo verdadero]. "A la naturaleza le gustan la simplicidad y la unidad," dice Kepler (*Opera*, ed. Frisch, I, p. 113). Aristóteles formula el mismo principio como sigue (*De celo*, I, 4, 217a): "At deus et natura nihil prorsus faciunt frustra", [Dios y la naturaleza no se contradicen] y se sostiene como un axioma: "Frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora" [Es inútil complicar lo que es sencillo]. Galileo, en el tercer día de los *Discorsi*, reconstruye la cadena de pensamientos que le llevó a las leyes de la caída de los cuerpos (*Opera*, VIII, p. 197): "Cuando, por tanto, observe una piedra inicialmente en reposo caer desde considerable altura

y adquirir gradualmente nuevos incrementos de velocidad, ¿por qué no le da pensar que estos incrementos aparecen en la forma más simple, más plausible? Pensándolo detenidamente nos encontramos que el incremento más simple es aquel que aparece siempre en cantidades iguales." Galileo sigue adelante y formula la definición de movimiento uniformemente acelerado, desarrolla sus consecuencias independientemente de la experiencia, y las encuentra, hasta donde puede observarlas con los medios a su disposición, confirmadas para el movimiento 'naturalmente acelerado' de los cuerpos en caída. Entre las reglas de Newton, para el estudio de la naturaleza, la primera indica que no deben admitirse más causas de las cosas naturales que aquellas que son "verdaderas y suficientes para explicar sus apariencias... Ya que a la naturaleza le place la simplicidad, y no la pompa de causas superfluas". Lo que importa no es el establecimiento de los principios más simples (como exige Dünker en su *Grundlagen der Physik*) —ya que en este caso el universo, por ejemplo, debería tomarse como de una dimensión en lugar de cuatro— sino que se tome en cuenta toda la experiencia disponible y que se busque aquella explicación que sea más simple en relación con los fenómenos conocidos. A veces ocurre que para un dominio parcial es más simple una explicación *A* que otra *B*; pero a medida que se ensancha el círculo de experiencias *A* se hace más complicada, lo cual no sucede con *B*, con el resultado de que *B* emerge eventualmente como la teoría mejor. Además la simplicidad requerida no es necesariamente la obvia, y debemos permitir que la naturaleza nos enseñe a reconocer la verdadera simplicidad interior.

[El problema de la simplicidad es de importancia central para la epistemología de las ciencias naturales. Como el concepto de simplicidad parece ser tan inaccesible a formulación objetiva, se ha tratado de reducirlo al de probabilidad, el cual ha sido incorporado ya en una gran porción del pensamiento matemático. Si, por ejemplo, 20 pares correspondientes de valores  $(x, y)$  de una relación funcional  $y = f(x)$ , con la exactitud esperada, caen sobre una línea recta al transcribirlos a un sistema rectangular de coordenadas, entónces se conjeturaría una ley natural estricta en el sentido de que  $y$  depende linealmente de  $x$ . Y esto debido a la simplicidad de la línea recta, o también porque sería extremadamente improbable que los 20 puntos cayesen (aproximadamente) sobre

una línea recta si la ley en cuestión fuese distinta. Si se usa la línea recta para interpolar y extrapolar, se llega a predicciones que van más allá del contenido de las observaciones. Sin embargo, este análisis está abierto a la crítica. Se pueden definir matemáticamente diversas funciones  $y = f(x)$  que sean satisfechas por los 20 datos de observación; entre estas funciones algunas se desviarían considerablemente de una línea recta. De cada una de ellas podría decirse que sería extremadamente improbable que la satisficieran los 20 puntos observados si no es que representa la verdadera ley. Es por lo tanto esencial, después de todo, que la función, o más bien la clase de funciones sea elegida *a priori* por las matemáticas debido a su simplicidad matemática. La clase de funciones no depende de tantos parámetros como observaciones hay que satisfacer (es decir, la clase de funciones lineales  $f(x) = ax + b$  depende sólo de dos parámetros  $a$ ,  $b$ , cuyos valores deben ajustarse a los datos observados). Se obtiene una confirmación importante de la teoría si permanece acorde con los hechos que debía explicar aún después de haber mejorado la exactitud de observación (y de haber aumentado el número de puntos observados). Un ejemplo sobresaliente es la geometría euclidiana, la cual se probó por medio de precisas mediciones geodésicas y astronómicas que era mucho más exactamente válida de lo que se hubiera conjeturado basándose en las experiencias que llevaron a su creación. Pero esto está lejos de ser el único ejemplo de tal confirmación del principio de simplicidad. En la física hay abundancia de casos similares. Recíprocamente, es señal segura de seguir el rastro equivocado si la teoría sufre el mismo destino que los epiciclos de Tolomeo cuyo número había que aumentar cada vez que mejoraba la observación. Las tres leyes de Kepler eran mucho más simples y sin embargo notoriamente más acordes con las observaciones que los más complicados sistemas de epiciclos que se habían inventado. Pero los descubrimientos astronómicos de Kepler hubieran sido imposibles si no les precede el descubrimiento, por los geómetras griegos, de las elipses como una clase simple de curvas matemáticas. La ley de la atracción de Newton, especialmente en su formulación como una ley de acción próxima, es a su vez más simple que la teoría kepleriana del movimiento planetario. Esta última se vuelve a obtener de la anterior si no se toma en consideración nada más que la fuerza de atracción del Sol, y se desechan las 'perturbaciones' debidas a los otros planetas. Y otra vez, debe verse

una espléndida confirmación del 'Tischerlegung' de la base teórica de Newton en la perfección con la que las perturbaciones calculadas a partir de su ley concuerdan con innumerables observaciones, cuya exactitud ha sido enormemente mejorada desde los tiempos de Tycho Brahe. Debemos añadir que la ley de la gravedad ha demostrado ser válida aun fuera del círculo de experiencia para el cual fue originalmente diseñada, esta es, para el movimiento de estrellas dobles en relación una con la otra.

Si la experiencia ha sugerido una hipótesis, es necesario desarrollarla deductivamente sus consecuencias, evitando siempre de inferir proposiciones que puedan someterse a la prueba experimental. Huyghens describe el método en la introducción a su *Traité de la lumière* (escrito en 1678, publicado en 1690); difiere mucho de la geometría —dice él— "porque aquí los principios se confirman por las inferencias obtenidas de ellos... Sin embargo es posible alcanzar un grado de probabilidad que a veces es apenas menor que una demostración estricta. De hecho, éste es el caso si las consecuencias a que se llega bajo la hipótesis de estos principios están en perfecto acuerdo con los fenómenos conocidos por la experiencia; especialmente si su número es grande, y aún más si se diseñan y predicen nuevos fenómenos a partir de estas hipótesis y se encuentra que los resultados concuerdan con lo que esperábamos". Así confirmó su teoría ondulatoria de la luz por el descubrimiento de la ley de doble refracción de la calcita. Esto es demasiado complicado para encontrarse en forma puramente empírica; pero si se toma la hipótesis más simple, fuera de la onda esférica, con respecto a la propagación de las ondas luminosas en la calcita, se obtienen leyes de refracción que están de acuerdo con la experiencia. Debe considerarse como un éxito para una teoría el que reduzca las complicadas relaciones entre cantidades directamente observables a relaciones simples entre las cantidades fundamentales de la teoría. El descubrimiento de la ley de la caída de los cuerpos por Galileo está basada en un procedimiento similar.

"La función esencial de una hipótesis —según Mach (*Erkenntnis und Irrtum*, p. 237)— consiste en la guía que ofrece a las nuevas observaciones y experimentos, por medio de la cual nuestra conjetura es o confirmada, o refutada, o modificada, por medio de la cual —en pocas palabras— se ensancha nuestra experiencia." "El marino, en cuya imaginación los objetos lanzados

por el océano sobre la playa crean un vívido retrato de la tierra distante, se lanza a encontrar esa tierra. Ya sea que su búsqueda tenga éxito o no, ya sea que en lugar de la esperada costa inclú o china descubra una nueva, de cualquier manera se ha apropiado su experiencia" (op. cit., p. 231).

Para Galileo, Huyghens y Newton, la parte deductiva juega un papel mucho mayor que hoy en día. Galileo no está menos orgulloso de la "abundancia de teoremas que fluyen de un solo principio" que del descubrimiento del principio mismo (final del tercer día de los *Discorsi*). La actitud empírica ha sido progresivamente acentuada en la física. La primera gran incursión se hizo con el descubrimiento de la electricidad.]

La categoría de la perfección está muy relacionada con el concepto de simplicidad. En la filosofía aristotélica la perfección juega un papel considerable no sólo como un principio metodológico sino también explicatorio. Aristóteles atribuye la indestructibilidad e imalterabilidad de los cuerpos celestes a su perfecta forma esférica. Criticándolo, Galileo hace notar en su *Diálogo*, primero, que desde este punto de vista una desviación por un pelo de la forma esférica resulta ser tan inadmisible como una desviación del tamaño de una comadreja. Su sentido de la continuidad se revuelve contra la idea de que, en la naturaleza, la cual no permite mediciones absolutamente exactas, el valor exacto de una cantidad continua debe conferir propiedades al objeto medido que sean básicamente diferentes a las que corresponden a valores tan cercanos como se quiera. En segundo lugar hace notar que incluso, digamos, un tetraedro contiene una esfera y que en consecuencia sólo las esquinas residuales del tetraedro serían destructibles (a pesar de que también se pueden inscribir esferas en ellas). Demuestra así claramente que no es la forma geométrica lo que importa para una propiedad como la indestructibilidad sino sólo la superficie bordeante a través de la cual sufren cambios discontinuos las cantidades físicas (en este caso la densidad material) y que por lo tanto pueden convertirse en el asiento de fuerzas especiales de superficie. (De hecho, tales fuerzas de capilaridad juegan su papel al impedir forma esférica a las gotas de lluvia.) Aquí vemos con más claridad que en cualquier otro lugar del *Diálogo* el cambio radical que el pensamiento de Galileo da a la interpretación de la naturaleza en oposición al pensamiento aristotélico. Es característico de la actitud de Galileo su exuberante



alabanza de la mutabilidad en contraste con esa perfección cristalina (*Diálogo, Opere, vii, pp. 83-84*); señala a una flor como algo incomparablemente más magnífico que los cuerpos celestes de Aristóteles con su indiferencia a todo cambio. En el trabajo de Kepler todavía ocupan bastante lugar las consideraciones sobre perfección. Le interesa el "rango de la Tierra". Estando convencido de la perfección del círculo, le cuesta gran esfuerzo abandonar, cosa a que le obligan las mediciones de Brahe, la órbita circular de Marte. Al principio se aferra a concepciones estáticas; la armonía del sistema planetario la ve expresada en los sólidos regulares de Platón. Sólo con gran esfuerzo llega a una interpretación más dinámica del Universo. Aun Galileo, en un notable lugar de los *Diálogos*, sucumbe a la magia de inferir una explicación a partir de la perfección geométrica, cuando basa sobre esta última la trayectoria circular (no recta) del movimiento puramente inercial, pero en total él ha completado la vuelta mucho más decisivamente que Kepler. Él ya no busca la perfección en las configuraciones fijas y en los objetos particulares sino en las relaciones dinámicas, las leyes naturales (que dejan mucho juego a la contingencia). Para él la idea de perfección no es parte de hecho en la teoría, sino que se convierte en un principio heurístico, una creencia que estimula la investigación. "Kepler, Galileo y Bruno —dice Dillthey— comparten con los antiguos pitagóricos la creencia en un Universo ordenado por las leyes matemáticas más perfectas y racionales y en una razón como fuente de lo racional en la naturaleza, a la cual al mismo tiempo está relacionada la razón humana." Esta creencia siempre ha encontrado nuevas y sorprendentes satisfacciones parciales en el largo camino seguido por la experiencia durante las siguientes centurias, la más bonita quizá en la teoría de Maxwell del campo electromagnético en el vacío. Pero una y otra vez la naturaleza ha probado ser superior a la mente humana y la ha obligado a romper un retrato prematuramente considerado final en favor de una armonía más profunda.

Una teoría cualquiera, de acuerdo con el § 19, debe satisfacer dos requisitos estrictos: (i) *concordancia*, que implica consistencia, y (ii) ausencia de *partes redundantes* puramente dogmáticas, que no tienen influencia sobre los fenómenos observables. Además, nunca debe violarse el principio de razón suficiente. En casos sencillos puede conducir, como un principio de simetría, al establecimiento de leyes definidas. Así lo usa Arquímedes cuando basa

su teoría de la palanca en el teorema de que pesos iguales colocados en brazos de igual longitud de una palanca están en equilibrio. Toda la configuración, incluyendo la dirección de la gravedad, se transforma en sí misma por reflexión con respecto a un plano perpendicular a la palanca en el punto de apoyo. La idea de semejanza espacial es la base de la conclusión. Si una configuración de masas y fuerzas, o un estado que determina en forma única el curso subsiguiente de eventos, es transformado en sí mismo por una transformación de similitud, entonces los eventos también deben ser invariantes respecto a esta transformación. Por esta razón la palanca no puede inclinarse hacia un lado bajo las condiciones descritas antes. En conjunción con el axioma mecánico de que un sistema balanceado permanece en equilibrio si se le quita una parte balanceada, Arquímedes deriva de ese caso especial la ley general de la palanca.

La misma cadena de ideas lleva al teorema de que cuerpos iguales tienen igual masa inercial; es decir, si se lanzan uno en contra del otro con velocidades iguales y opuestas, ninguno rebasa al otro. Si esto pasase con dos cuerpos de igual apariencia, inferiríamos una diferencia interior escondida. Aunque bajo condiciones desfavorables pudiera revelarse sólo en la diferencia en masa, de cualquier manera nos llevaría a buscar otras diferencias en el comportamiento físico de los cuerpos. Frecuentemente se ha usado el principio de razón suficiente para demostrar la ley de inercia al inferir de él que el estado de un cuerpo por sí solo no debe sufrir cambio. ¿Pero qué se quiere decir por 'estado'? El escolasticismo lo interpreta como una posición y por lo tanto cree que un cuerpo debe permanecer en reposo si no está sujeto a ninguna influencia exterior. Galileo, por otro lado, lo interpreta como una velocidad, en magnitud y dirección. Evidentemente sólo la experiencia puede decidir qué opinión es la correcta. También debe informarnos, en los casos mencionados antes, de lo que es 'relevante', las circunstancias determinantes. El argumento de Leibniz en su controversia con Clarke y Newton sobre la relatividad del movimiento (p. 109) es un ejemplo típico de la aplicación del principio de razón suficiente. Pero sin lugar a dudas Leibniz sobreestimó muchísimo su importancia como fuente de verdades de hecho.

{Mach, quien lucha contra el *a priori*, la intención de cambiar, como él dice, "lo intuitivo en ciencia en un nuevo misticismo y

sostenerlo infalible", hace notar en su *Mechanic* (7ª edición, 1912, p. 27) que "incluso discernimientos instantivos de fuerza lógica tan grande como el principio de la simetría empleado por Arquímedes pueden ser engañosos. Muchos lectores recordarían el choque intelectual sufrido al aprender por vez primera que una aguja magnética puesta en el meridiano magnético puede ser desviada del meridiano por una corriente que corre paralela a la aguja." Sin embargo, se satisface el principio de simetría si suponemos que una reflexión con respecto al plano de la aguja y la corriente transforma la corriente en sí misma, pero intercambia los polos norte y sur del magnetismo. Este punto de vista es posible sólo porque los magnetismos negativos y positivos son inseparables y de igual naturaleza. Nos formamos una imagen teórica de la naturaleza del magnetismo —esto es, que es causado por corrientes eléctricas moleculares cíclicas y perpendiculares a la aguja— por medio de la cual se le quita su carácter sorprendente a estos hechos, y lo que es más se convierten en necesarios.]

Otra guía para el teórico es el principio de continuidad, formulado en términos generales primero por Leibniz. Se apoya sobre la imposibilidad de dividir propiamente un continuo uniforme. No es científicamente correcto excluir, como hace Euclides, al ángulo nulo y la línea recta de la noción de ángulo. Reposo no es contradictorio con movimiento, sino un caso límite o especial del movimiento. Leibniz dice que en virtud de este principio "la ley de los cuerpos en reposo es, por decirlo así, sólo un caso especial de la regla general para cuerpos en movimiento, la ley de igualdad un caso especial de la desigualdad, la ley para lo rectilíneo una subespecie de la ley para lo curvilíneo", y llama a dos variedades "homogéneas si una puede transformarse en la otra por medio de un cambio continuo" (*Initia rerum Mathematicarum metaphysica, Mathematische Schriften*, vi, p. 25, 20). Por medio de la *lex continui* contradice las leyes de impacto dadas por Descartes pero formuladas diferentemente para toda una serie de casos distintos. Al derivar la ley de inercia, Galileo (*Diálogo, Opere*, vii pp. 171-174) comienza con la caída de un cuerpo sobre un plano inclinado, para el cual conoce la ley, y entonces hace que la inclinación sobre la horizontal se reduzca a cero; así el movimiento inercial es el límite del movimiento de caída. Este origen hace entender por qué Galileo, según parece, reconocía la ley de inercia en su forma clásica como verdadera sólo para movimientos perpendiculares a la

dirección de la gravedad (opinión con la que en cierto grado se puede estar de acuerdo desde el punto de vista de la teoría de la relatividad general). Mach (*Mechanik*, p. 131) da la siguiente indicación: "Después de haber llegado a una opinión para un caso especial, uno modifica gradualmente en su imaginación tanto como sea posible las circunstancias de este caso, y al mismo tiempo trata de mantenerse tan apegado como sea posible a la opinión original. Ningún otro procedimiento lleva con mayor seguridad y menor esfuerzo mental a la interpretación más simple de todos los eventos naturales." Por otro lado, para poner a prueba un punto de vista total adoptado provisionalmente, es práctica común en física y matemáticas examinar los casos límites y especiales para los cuales los resultados son bastante obvios.

El principio de analogía está muy relacionado con el de continuidad. Newton lo formula en la segunda de sus leyes sobre el estudio de la naturaleza (*Principia*, ed. Cajori, p. 398): "por lo tanto a iguales efectos naturales les debemos, en tanto sea posible, asignar causas iguales". En el establecimiento de la teoría atómica nos encontramos con lo que posiblemente es la aplicación más importante del principio de analogía. Las leyes mecánicas, derivadas del comportamiento de cuerpos ordinarios visibles y confirmadas con precisión por los planetas, son transplantadas a los átomos. Uno anticipa que los hechos pueden forzar correcciones posteriores, pero sin esta adopción preliminar de las leyes mecánicas no es imaginable ningún comienzo de investigación atómica. Aun la más reciente mecánica cuántica de los átomos, que se desvía tan radicalmente de la tradición como para renunciar a cualquier clase de retrato espacial de los eventos atómicos, todavía se basa en la forma más transparente de las viejas leyes mecánicas, las ecuaciones hamiltonianas. H. A. Lorentz llega a las leyes electromagnéticas fundamentales de la teoría de los electrones tomando las ecuaciones fenomenológicas de Maxwell, derivadas de la observación e instrumento del ingeniero electricista, y eliminando todas las cantidades en las cuales la influencia de la materia se manifiesta en forma de constantes materiales, tales como conductividad, magnetización y polarización eléctrica. Bajo la hipótesis de que el campo electromagnético verdaderamente 'microscópico' obedece estas leyes armónicas simplificadas, en conjunción con ciertas ideas sobre la estructura atómica de la materia, pudo obtener una vez más las viejas leyes fenomenológicas para el campo

macroscópico identificando las cantidades de éste con ciertos valores promedios de las cantidades del campo microscópico.

[Las leyes exactas de la naturaleza no deben contener ninguna constante material; estas últimas han de derivarse de aquellas leyes basándose en la estructura atómica del material bajo investigación. Como las leyes fenomenológicas pueden fallar en cuanto es relevante la más fina estructura interna de la materia, la teoría atómica debe descubrir al mismo tiempo los límites de su validez y dar las leyes atómicas que, más allá de estos límites, toman el lugar de las leyes macroscópicas. Así Maxwell supuso que la polarización eléctrica es proporcional a la fuerza del campo. Esto es correcto para campos estáticos o que cambian lentamente, e incluso para los campos de la telegrafía inalámbrica que efectúan más de un millón de oscilaciones por segundo. Pero en el dominio de las oscilaciones ópticas, mucho más rápidas, nos encontramos el nuevo fenómeno de la dispersión; el factor de proporcionalidad tomado como constante por Maxwell —esto es, la constante dieléctrica, que es igual al cuadrado del coeficiente de refracción— resulta depender de la frecuencia de oscilación, y de acuerdo con leyes íntimamente conectadas con la estructura atómica del medio refractario y sólo así puede entenderse. (En particular, la carga y masa de un electrón intervienen en la fórmula de dispersión en tal forma que por observaciones ópticas se puede obtener un valor definido de su cociente.)]

¿Cuál es el propósito final de formar teorías? H. Hertz describe el proceso en su *Prinzipien der Mechanik* (p. 1): "formamos imágenes o símbolos de los objetos externos; la manera en que los formamos es tal que las consecuencias lógicamente necesarias [*denknotwendigen*] de las imágenes son invariablemente las imágenes de consecuencias materialmente necesarias [*naturnotwendigen*] de los objetos correspondientes." Bajo la influencia de la epistemología escéptica se puso de moda en el siglo XIX, especialmente entre los físicos británicos, buscar sólo imágenes, analogías que cubriesen sólo ciertos dominios circunscritos de hechos, y construir modelos mecánicos que presentaran ciertas modalidades del fenómeno en cuestión pero que no podrían tomarse seriamente como 'explicaciones'. Uno ya no sufría por la 'desilusión' de tener que explorar una realidad únicamente determinada. Pero el procedimiento demostró ser singularmente estéril mientras la única

meta deliberada fue el diseño de imágenes y modelos. Para Maxwell las analogías físicas le fueron útiles para evitar las desventajas de una teoría puramente matemática (que oscurece las consecuencias empíricamente importantes) y de una hipótesis propiamente física (que puede cegarnos para los hechos).

[“Por analogía física dice— quiero decir esa semejanza parcial entre las leyes de una ciencia y las de otra que hace que cada una de ellas ilustre a la otra.” Menciona la analogía entre gravedad y la distribución estacionaria de calor en un medio —analogía basada en el hecho de que es válida la ecuación de Laplace en ambos procesos— y la confronta con la analogía entre la luz y las oscilaciones de un medio elástico. Esta última analogía “se extiende mucho más allá, pero, aunque no se puedan sobrestimar su importancia y fructuosidad, debemos recordar que está fundamentada sólo en una semejanza de forma entre las leyes de la luz y las de las vibraciones. Quitándole su vestido físico y reduciéndolas a una teoría de ‘alternaciones transversas’, podemos obtener un sistema de verdad estrictamente basado sobre la observación, pero probablemente deficiente tanto en la vividez de sus concepciones como en la fertilidad de su método”. (Maxwell, *Scientific Papers*, t. p. 156.) Este ejemplo, especialmente en vista del desarrollo posterior de la teoría de la luz iniciada por el mismo Maxwell, ilustra muy adecuadamente la ventaja de este punto de vista, esto es, dar protección contra el dogmatismo.]

Mach habla de una “adaptación progresiva de los pensamientos a los hechos”. Él ve la justificación de la formación de teorías en la economía resultante de comprensión y comunicación de hechos y procedimientos (véase *Mechanik*, Introducción). Otros se han adherido a la creencia de que aquí trabaja la razón, razón que se esfuerza de acuerdo con principios inmanentes en construir simbólicamente su correlacionado, *realidad trascendente*. Sin esta creencia les parece, a ellos, que la ciencia es una concha vacía. Pero todos son de la misma opinión en cuanto a la meta final, la predicción de eventos. ¿Hasta dónde garantizan los principios económicos o principios de razón, por los cuales aparece una teoría, la satisfacción de estas predicciones? Este es el hecho último, que apunta más allá del conocimiento —el problema de Hume: la confianza en la inducción, si ha de justificarse, sólo puede justificarse con el principio de inducción místico. Pero la

confianza en el mundo y en uno mismo no necesita justificación; es la actitud natural de la vida del intelecto, especialmente cuando se manifiesta a sí misma en juicios éticos.

Kant, en su lógica trascendente, hizo el intento de dilucidar por un proceso sistemático los principios apriorísticos para la construcción de la realidad empírica. Su trabajo merece crédito por poner a la altura de la conciencia filosófica el concepto de la realidad que desde Galileo dominaba las ciencias, por liberarlo del lastre metafísico con que estaba cargado por el sistema de Leibniz, y por salvaguardarlo contra el acasualismo de Hume originado en las ciencias naturales. Sin embargo le es difícil al científico de la naturaleza estar satisfecho con su intento. Lo propuesto por Kant está lejos de ser suficiente y está demasiado ligado a la forma particular de la física contemporánea; por otro lado contiene componentes superfluos, que se colaron gracias al rígido esquematismo lógico del "gran chino de Königsberg"<sup>2</sup> y a su peculiar predilección por la tricotomía. Las ideas de *substancia* y *causalidad*, a las que está dedicada la última sección de este libro, emergen como el núcleo realmente útil. Además de las dos "analogías de experiencia", que a ellas se refieren, Kant coloca una tercera que trata sobre comunidad [*Wechselwirkung*.] Está precedida por los "axiomas de intuición" ("Todas las intuiciones son cantidades extensivas" y las "anticipaciones de percepción" ("En todo fenómeno, sensación, y lo real que corresponde a ello en el objeto, tiene una cantidad intensiva, esto es, un grado"). Sigue los tres primeros grupos con los "postulados del pensamiento empírico", que se refieren a los conceptos de posibilidad, existencia y necesidad. El problema de Kant, para cuya solución se han reunido aquí algunos fragmentos, permanece abierto para el futuro, probablemente como una tarea infinita. Kant, sin embargo, considera a la metafísica, particularmente en su esfuerzo por resolver este problema, como "la única de todas las ciencias que, por medio de un esfuerzo pequeño pero unificado, puede contar con esta completación a corto plazo, de tal manera que nada quede para la posteridad" (prefacio de la *Crítica de la razón pura*).

<sup>2</sup> Apodo dado a Kant por Nietzsche; véase por ejemplo, *Jenseits von Gut und Böse*, Morismo 210.

## REFERENCIAS

- P. Duhem, *La théorie physique, son objet et sa structure*. Paris 1906.  
E. Mach, *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.  
H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*.  
E. Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. Berlin, 1910.  
B. Russell, *Our Knowledge of the External World*. Chicago, 1914.  
A. S. Eddington, *The Nature of the Physical World*. Cambridge, 1929.  
J. Jeans, *The New Background of Science*. Cambridge, 1933.  
P. W. Bridgman, *The Nature of Physical Theory*. Princeton, 1936.  
K. Popper, *Logik der Forschung*. Vienna, 1935.