

- Maestría en Educación Matemática ▪
- Departamento de Matemática Educativa ▪
 - Cinvestav ▪
 - Miércoles 12 de julio de 2006 ▪
- Versión no publicable, no circulable ▪
 - No citar ▪

Evolución del Concepto de Número

(desde sus orígenes hasta el siglo XVI)

Parte 1 de 2

Dr. Alejandro Garciadiego Dantan

Departamento de Matemáticas, 016
Facultad de Ciencias, Cd. Universitaria, UNAM
México, D. F. 04510

Tel: (5255) 5622 5414

Fax: (5255) 5622 4859

Correo: gardan@servidor.unam.mx

¿Cuándo surge?

- Los especialistas tienen diversas teorías de cuándo, cómo, dónde y por qué surgió la vida humana. Sin embargo, la mayoría de ellos concuerda en que el primer homínido erguido apareció en alguna parte de la región central de África, hace aproximadamente cuatro millones de años. Si a esto aunamos que se asevera que el hombre siempre tuvo la necesidad de contar algo, entonces se podría inferir que desde entonces surgió la idea de número. En particular, al menos, la idea de número uno.

¿Cómo surge?

- Aparentemente, la fuente histórica documental más antigua que se conserva y que registra un cálculo aritmético es un hueso tallado de lobo, hallado en Moravia (localizada en la antigua Checoslovaquia). La antigüedad de este hueso se calcula en treinta mil años. Si se le compara

con el calendario evolutivo del hombre, esta es una fecha extraordinariamente reciente. El hueso tiene talladas, sobre su superficie, cincuenta y siete muescas de forma vertical, divididas en grupos de cinco en cinco, que sugieren un sistema de numeración primitivo. Este resto fósil recuerda dos problemas que, hasta la fecha, sorprenden por la facilidad con que son descritos y por su dificultad para resolverlos. Primero, la discusión, aparentemente circular, de aclarar si los números son un resultado del proceso de contar, o si éste es un resultado del proceso de enumerarlos. La segunda cuestión es aclarar si los números que nos indican cantidad [cardinales (1, 2, 3, ...)] se anteponen a aquellos que denotan orden [ordinales (1o. 2do, 3o, ...)], o si son estos últimos más primitivos que los primeros.

Por otro lado, la tribu Sibiller de Nueva Guinea conserva, al día de hoy, un desarrollo social, cultural y económico muy primitivo; tal vez, similar al que se pudo haber desarrollado hace treinta mil años. El sistema de contar de esta sociedad ejemplifica como se usan los dedos de una mano para enumerar los cinco primeros números, y cómo se usan otras partes del cuerpo para contar los siguientes números.

Estas dos formas de evidencia –el hueso y la tribu– se contraponen a la afirmación común de que el sistema numérico más primitivo y ‘natural’ debió haber estado asociado con el uso de los diez dedos de ambas manos.

- Algunos seres humanos que convivieron en grandes grupos de manera organizada (sociedad), y que se enfrentaron a problemas similares, desarrollaron distintos sistemas de numeración. Aparentemente, en al menos dos de los casos (Mesopotámicos y Mayas), este desarrollo surgió de la necesidad de medir el tiempo. Ambas culturas obtuvieron resultados muy semejantes y calcularon la duración del año solar en periodos de trescientos sesenta y trescientos sesenta y cinco días, respectivamente. La primera de ellas dividió la bóveda celeste (una esfera) en el mismo número de partes, y, éstas, a su vez, las subdividieron en seis grupos de sesenta unidades. Los Mayas apartaron cinco días dedicados a sus festividades y su bóveda celeste también quedó dividida en trescientas sesenta partes, agrupadas en dieciocho subgrupos de veinte unidades. Cada vez que se completaba uno de estos periodos –ya fuera de sesenta o de veinte unidades– se reiniciaba el proceso. Esta subdivisión proporcionó los primeros elementos para establecer una ‘base’ numérica, donde se fija un dígito a

partir del cual se van a repetir los números para permitir abreviar cantidades muy grandes.

- Los egipcios conformaron una sociedad muy compleja, desde distintos puntos de vista. Al igual que los mesopotámicos, los egipcios desarrollaron principios aritméticos, tomando como base el número diez, y tenían, al menos, dos formas de expresarlos: jeroglíficos (donde se usan formas de objetos); hierático (que es un trazado cursivo de la escritura jeroglífica).

Desarrollaron el uso de las fracciones, con la particularidad de que éstas únicamente podían tener al número uno en el numerador, de ahí que se les llame ‘fracciones unitarias’; por ejemplo, para escribir el número $5/6$, los egipcios escribían $1/2 + 1/3$. Sus mayores avances fueron en el área de la geometría. Recuérdese que se le atribuye a un problema geométrico el origen de las matemáticas.

- Las fuentes históricas que se conservan de la cultura mesopotámica se encuentran en forma de tablillas de barro marcadas con puntas en forma de cuña. Aunque se conservan un gran número de éstas, que provienen de dos períodos cronológicos diferentes (2,000 a. C. y 1,100 a.C.), los contenidos, en su mayoría, están circunscritos a una posible práctica docente y tienen la finalidad de enseñar el uso de una tabla de multiplicar en base sesenta. El uso de dicho sistema sugeriría que cualquier estudiante debería de conocer el contenido de cincuenta y nueve tablas distintas (*e.g.*, 4×17 , 25×48 , 49×53 , entre otros). Es importante señalar que aunque los mesopotámicos desarrollaron un sistema posicional, es decir, que el valor de un número podía variar de acuerdo a su posición, no se vieron en la necesidad de inventar el símbolo del cero, aunque si dejaban un espacio en blanco para denotar su existencia; caso contrario de la cultura maya.

Como consecuencia de sus actividades astronómicas, los babilónicos —como también se le conoce a la cultura mesopotámica— desarrollaron un sistema de fracciones sexagesimales que, como su nombre lo indica, tenían como base al número sesenta.

Algunas tablillas que han sobrevivido sugieren que los mesopotámicos ya habían desarrollado algunos de los principios básicos que ahora se asocian al álgebra elemental. Algunas de estas tablillas muestran cómo era posible resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y también desarrollaron la resolución de la ecuación cuadrática.

- Se dice de los griegos adaptaron el conocimiento matemático desarrollado por los mesopotámicos y egipcios y lo adoptaron a su propio medio. Los pitagóricos (contemporáneos de Buda, Confucio y Lao Tze), conformaban una secta donde se discutía de filosofía, religión, política y ciencia, concebían a los números como entidades abstractas y materiales. Las primeras representaban ideas y no estaban, necesariamente relacionadas con algún objeto físico; a diferencia de las segundas que eran representadas por objetos materiales. A las entidades abstractas se les atribuyeron diversos tipos de cualidades (e.g., masculinidad, feminidad, justicia, creación, entre otros); y, poco a poco, fueron asociadas con diversas actividades y características. Esta secta llegó a aceptar el principio de que ‘todo era número’ o que ‘el número era la esencia de todas las cosas’.

Desde el punto de vista material, los pitagóricos asociaron atributos físicos y desarrollaron teorías donde se podían realizar operaciones básicas entre ellos. Los pitagóricos conocían la sucesión de los números naturales que ahora comprende a los llamados números cardinales finitos

$$2, 3, 4, \dots, n, \dots$$

Estos dígitos representan la cantidad de algo que se numera; pero ellos desconocían los números negativos y decimales, y otros que se desarrollaron posteriormente. De hecho, es necesario recordar que ellos incluso ignoraban los símbolos que ahora se usan para representarlos y utilizaban las letras del alfabeto griego para expresarlos

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$$

Las fracciones no eran números, sino una relación o ratio entre dos números enteros. La expresión $2/3$ no se leía ‘dos tercios’, sino ‘dos es a tres’. Los pitagóricos desarrollaron dos sistemas de numeración, ambos para números enteros y en base diez; el más antiguo llamado ático y el otro jónico (alfabético). El sistema fue muy poco desarrollado comparado con los sistemas egipcio y mesopotámico, tal vez porque los pitagóricos estaban más interesados en los aspectos abstractos, míticos y filosóficos y no en los detalles técnicos de la computación. Estas técnicas eran estudiadas por otra disciplina independiente llamada ‘logística’.

El mito y la leyenda afirman que su concepción se cimbró cuando se encontró ‘algo’ que no podía ser expresado con el uso de uno de esos números. A este tipo de números se les llamó inconmensurables. Ahora existe polémica, entre los historiadores de las matemáticas, sobre qué pudo haber generado dicho conflicto. Algunas de las hipótesis que se manejan son: 1) que ese ‘algo’ se genera cuando se considera un triángulo rectángulo con catetos de longitud iguales a la unidad y se pregunta uno por la longitud de la hipotenusa, ya que, por el *Teorema de Pitágoras*, ésta debe ser igual a $\sqrt{2}$; y, 2) cuando se considera un cuadrado cuyos lados tienen longitud igual a la unidad y se pretende medir su diagonal, también este número es igual a $\sqrt{2}$. Ninguna de estas dos cantidades corresponde con alguno de los dígitos que forman parte de la sucesión.

Una leyenda afirma que todos los miembros de la secta prometieron guardar el secreto y que, él que lo rebeló, como castigo, murió en un naufragio.

Se dice que dos líneas son ‘inconmensurables’ cuando no es posible medir a ambas con la misma unidad. Los calendarios solar y lunar son inconmensurables entre sí, porque no existe una unidad que los pueda medir a ambos sin dejar pedazos o residuos.

- Para Platón, una de las tareas más fundamentales del hombre consistía en distinguir la apariencia de la realidad. Las entidades absolutamente reales –las Formas o Ideas– se conciben como independientes de la percepción. Los Pitagóricos y Platón consideran que la realidad se entiende a través del concepto de número (‘aritmói’), la única diferencia es dónde se localiza dicha realidad.

La teoría cognoscitiva de Platón está dividida en cuatro niveles: 1) creencia, y 2) imaginación. Estos dos niveles conformaban el mundo de las apariencias; 3) entendimiento o pensamiento (‘dionia’), y, 4) inteligencia o conocimiento (episteme). Estos dos últimos niveles conformaban el mundo inteligible. De acuerdo con Platón, el conocimiento verdadero de los objetos en el mundo sensible era obtenido a través del conocimiento de las formas, y ese conocimiento era, a su vez, obtenido a través de estructuras matemáticas. De aquí que, el concepto de número también surge del conocimiento en general, pero no en el mundo sensible como para los pitagóricos, sino en el mundo de las ideas.

La aritmética es el arte correcto de contar. La aritmética contiene conocimiento de números obtenidos por el acto elemental de contar. La logística es el arte de los cálculos y es el conocimiento de las relaciones entre los números como se reflejan calculando.

Platón, quien advertía, en la entrada de su escuela, a aquellos que desconocían la geometría, dedicó uno de sus diálogos más famosos a la discusión de la sucesión comprendida por los números

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots, \sqrt{17}.$$

- El cambio ontológico de concebir un número como una unidad específica o caso concreto a visualizarlo como una unidad abstracta y pura se inició en Platón, pero culminó en la obra de Aristóteles, su discípulo. Este último dividió la categoría de cantidad en número y magnitud. Esta última podía ser dividida o separada en dos o más partes constituyentes, y se les podían aplicar los términos de igual o desigual. Las magnitudes (líneas, superficies, sólidos, tiempo, espacio, longitudes, profundidades, anchuras) pueden ser subdivididas de manera indefinida y son cantidades continuas. Una magnitud es medible. No existe definición de ‘radio’ entre números en Euclides, lo que sugiere que éste buscaba subrayar el hecho de que una proporción era una relación entre cantidades, pero ella misma no era una cantidad

Los números son magnitudes discretas. Los números no pueden ser reducidos indefinidamente, mientras que si pueden ser incrementados. La unidad es indivisible; y si la unidad es indivisible entonces no es posible discutir números fraccionarios. Un número es una *multiplicidad* de unidades. Por lo tanto, el menor número es el dos y la sucesión es

$$\beta, \gamma, \delta, \dots$$

- *Los Elementos* de Euclides, escritos aproximadamente en el año 300 antes del nacimiento de Cristo, son la obra cumbre que sintetiza el contenido de la matemática griega, desarrollada hasta ese entonces. Euclides respeta la división entre número y magnitud. La obra dividida en trece capítulos, algunos de ellos están dedicados a geometría (I-IV (plana elemental), V-VI (teoría de las proporciones), VIII (progresiones geométricas), XI-XIII (geometría sólida)), y otros a la aritmética (VII y IX (teoría de números) y X (teoría de los inconmensurables)). Su

importancia e influencia se ha centrado en el uso de un proceso deductivo, basado en unos cuantos principios de donde se obtiene el conocimiento de manera autocontenida.

Euclides establece el concepto de número en la definición dos del libro VII: 'Un número es una multiplicidad compuesta de unidades'.

¿Cómo se transforma?

- Durante siglos, los 'matemáticos' se dedicaron al desarrollo de la teoría de la aritmética y no se vieron en la necesidad de modificar el estado ontológico del concepto. Una gran revolución llegó del oriente con la introducción de una nueva manera de expresarlos, ahora como los números que conocemos, es decir,

2, 3, 4, ..., ...

La introducción y adaptación no fue simple ni inmediata. En general, la comunidad matemática siempre es cauta para aceptar nuevas concepciones. Antes de 1600, ya se habían aceptado los números negativos, pero aún no habían aparecido, formalmente, los números fraccionarios. Para esas fechas, Toledo ya se había convertido en un nuevo centro cultural donde se traducían a las lenguas occidentales, principalmente latín y griego, algunas de las obras principales de la época clásica de los griegos. En particular, *Los Elementos* ya habían sido publicados, incluso en inglés. Los renacimientos culturales (esencialmente literario) y 'científico' (astronomía y fisiología, entre los más notables) ya se habían propagado por Europa.

Por otro lado, algunos tipos de fracciones, en particular las de base sexadecimal, que se habían heredado desde la cultura babilónica, eran comúnmente utilizadas por los intelectuales de aquella época, en particular en los trabajos de carácter astronómico.

- Sin embargo, no fue sino hasta 1585, cuando apareció publicada, en francés, una obra de Simon Stevin (1548-1620) titulada *La Aritmética*. Ahí, con letras mayúsculas y centradas, el autor específicamente señala, en su explicación de la segunda definición que *la unidad es un número*. ¿Qué lo llevó a establecer dicha aseveración? Stevin, hombre de negocios, estaba particularmente interesado en introducir las fracciones decimales. Para esto era necesario poder subdividir la unidad. Ahora, finalmente, después de casi dieciocho siglos, era necesario romper con este principio aristotélico.