# La demostración «more geometrico»: notas para la historia de una extrapolación

*Luis Vega*

**Resumen**

El lema «more geometrico» alude —sobre todo a partir del siglo XVII— a la disposición sistemática (axiomática) de las pruebas deductivas según lo que se suponía que era el paradigma de *Los Elementos* de Euclides. Pero este marbete se ha visto sujeto a frecuentes malentendidos desde un punto vista histórico (e historiográfico incluso). En este artículo me propongo introducir algunas distinciones pertinentes (entre esta extrapolación de segundo orden y la geometrización, entre el sentido o empleo de los programas del «more geometrico» en un sentido fuerte y en un sentido débil), y a su luz revisar sucintamente tres momentos históricos principales en los que aparecen programas de este tipo, con especial atención a su singular desarrollo en el siglo XVII. Como colofón, apunto algunas observaciones y cuestiones críticas.

**Abstract**

The motto «more geometrico» hints—specially from the XVIIth Century—at the systematic (axiomatic) arrangement of deductive proofs according to what it was supposed to be the paradigm of Euclid's *Elements*. But this label has been liable to common misunderstandings from the historical (and even historiographical) point of view. My aim in this paper is to introduce some suitable distinctions (second order extrapolation vs geometrization, weak vs strong sense of use of the «more geometrico» programs), and summarily review in this light three main historical moments in which this kind of program becomes apparent, paying special attention to its outstanding development in the XVIIth Century. Finally, some critical hints and problems are outlined.

La expresión «more geometrico» sugiere la consideración o el tratamiento de una cuestión o una serie de cuestiones (o proposiciones) a la manera de los geómetras, según es costumbre o norma en geometría. Hoy nos sirve ante todo para evocar una actitud peculiar del siglo XVII europeo, también representada por otras expresiones de la época: «ordine geometrico», «esprit de la géométrie» ... Todos estos lemas abundan en la idea de tomar las "cadenas de razones de los geómetras" —al decir de un Descartes o un Locke— como paradigma del discurso racional sobre cualquier materia.

En las historias tradicionales del pensamiento filosófico y científico, uno de los signos más elocuentes de los nuevos tiempos, de la génesis del mundo moderno en el siglo XVII, es precisamente la difusión de una especie de espíritu geométrico. Además se trata de un fenómeno cultural de amplio espectro: se refleja no sólo en el ámbito científico o filosófico, sino en los gustos artísticos y en muy diversas aplicaciones prácticas, con lo que gana una creciente —y a veces curiosa— popularidad. Por ejemplo, muchos contemporáneos ilustrados de la primera mitad del siglo XVII suscribirían este juicio de Torricelli:

> Entre las disciplinas liberales sólo la geometría ejercita y agudiza la mente, y la capacita para ser ornamento de la ciudad en tiempos de paz y para defenderla durante la guerra; ... la mente adiestrada en la gimnasia de la geometría posee una potencia muy particular y viril [citado en Koyré 1980, 271]

Este aprecio de la geometría va aumentando en el curso del siglo, al tiempo que se extienden sus singulares connotaciones. Una muestra: el *Journal des Savants* del 4 de marzo de 1686 inserta una nota burlona donde cuenta que, a través de publicaciones amables como el *Mercure Galant*, el mundo de la galantería se ha infestado de tópicos geométricos hasta el punto de que una dama es famosa por resistirse al cortejo de quien no domine ciertas cuestiones de óptica, y otra ha despedido a un antiguo pretendiente porque en el plazo asignado no había hecho progresos en la cuadratura del círculo [Hazard 1952, 283-284]. (Me temo que, hoy en día, nuestros rituales de seducción son muy distintos). Lo cierto, en todo caso, es que a principios del siglo XVIII Fontenelle podía hacer un balance de la situación en estos términos:

> El espíritu geométrico no está tan ligado a la geometría que no pueda sacarse de ella y trasladarlo a otros conocimientos ... El orden, la claridad, la precisión, la exactitud que reinan en los buenos libros desde hace cierto tiempo bien pueden tener su origen en ese espíritu geométrico que se

> difunde más que nunca y que, en cierto sentido, se comunica a todos, incluso a los que no conocen la geometría. A veces un gran hombre da el tono a todo su siglo; aquel a quien se podría conceder con mayor justicia la gloria de haber establecido un nuevo arte de razonar, era un excelente geómetra [citado en Hazard 1952, 120]

Pues bien, esta suerte de extrapolación metodológica es, creo, la señal más clara y distintiva de los programas reconocibles bajo el lema del «more geometrico». Pero si queremos llegar a una caracterización más precisa, necesitaremos algunas distinciones.

Una distinción es la que media entre «more geometrico» y 'geometrización'. El primero estriba, como ya he sugerido, en la extrapolación de los usos sistemáticamente deductivos de la prueba en geometría. La segunda es una proyección o una extensión de ciertos conceptos, proposiciones o métodos geométricos sobre otros dominios de objetos o fenómenos que no cabría definir únicamente en términos geométricos, es una aplicación de la geometría a la obtención de resultados o al desarrollo del conocimiento sustantivo en áreas tan dispares como la filosofía natural, la astronomía, la óptica, la estática o la geografía. Pero el «more geometrico», de suyo, no es una vía para obtener nuevos conocimientos sino para acreditar, sistematizar o rigorizar, unos procedimientos de investigación y, sobre todo, de prueba. Dicho en otros términos, la 'geometrización' tiene que ver con cuestiones de primer orden: es un modo de conocer ciertas cosas o determinar ciertas relaciones entre ellas; el «more geometrico» tiene que ver más bien con cuestiones de segundo orden, con formas de mostrar o de reconocer que tenemos efectivamente tales o cuales conocimientos: e.g., propone la demostración axiomática practicada en geometría como el canon o la forma paradigmática de saber que sabemos. Hay momentos en que la línea divisoria entre la proyección sustantiva y la extrapolación metodológica se vuelve un tanto imprecisa —en especial, cuando un filósofo habla de 'matemática universal' o da a entender una 'matematización del pensamiento'—. Y en la realidad histórica caben tanto su convivencia mutua como sus usos por separado. En cualquier caso, lógicamente, ninguna de estas dos opciones implica la otra.

La segunda distinción es la existente entre un sentido *débil* y un sentido *fuerte* del «more geometrico». En su sentido *débil*, vindica o adopta una forma de exposición razonada de una materia con arreglo al modelo de argumentación que observa en los geómetras, de modo que apenas representa algo más que un recurso de presentación y de prueba de un cuerpo de proposiciones, una forma de discurso claro, deductivamente ordenada y convincente. Así pues, se trata de una extrapolación más bien instructiva o retórica, fundada en la claridad, la organización y el poder de persuasión racional que se han atribuido tradicionalmente a las pruebas geométricas. Y, por lo regular, cuando se adopta, es con la conciencia de estar empleando una especie de artificio metódico. Del uso del programa en sentido débil hay muestras antes, y después del siglo XVII: una del propio XVII es la disposición axiomática de las reglas del silogismo que ofrece la *Lógica* de Port Royal, con la advertencia de que no es muy grande el interés lógico y práctico de ese recurso expositivo (P. III, c. iii). Por contra, en su sentido *fuerte*, el «more geometrico» implica en primer lugar la asunción de la deducción geométrica clásica no sólo como una forma de discurso o un estilo de exposición sino como un método genuino de investigación y de prueba concluyente, más aún: como el método de demostración por excelencia. En segundo lugar, esta asunción puede conducir —y de hecho conduce en medios filosóficos del siglo XVII como los llamados "racionalistas"— a la transfiguración del proceder geométrico en una clave metodológica y epistemológica general. Por este camino, el lema del «more geometrico», lejos de limitarse a un artificio metódico de exposición, acaricia la idea de representar —en parte, al menos— la naturaleza misma del discurso racional cuando éste alcanza su plenitud cognoscitiva y sistemática. Distingamos también estos dos pasos de la adopción del lema en su sentido fuerte pues el primero, la asunción de la prueba geométrica como el método o el canon de la demostración, no obliga a dar el segundo: no implica el hacerse la ilusión de contar con una clave de general del conocimiento. Con todo no faltará alguna ocasión en que la diferencia entre el sentido débil y el sentido fuerte —el primer paso de la adopción de la prueba geométrica como el método de demostración por excelencia—, sea una diferencia que se torne borrosa. Así ocurre, *e.g.*, en un caso tanto más curioso por proceder de principios de siglo XIII y consistir en un tratado de teología: *De arte seu articulis catholicae fidei*, de Nicolás de Amiens seguramente. El autor logra un remedo sumamente fiel al modelo axiomatiforme de prueba de *Los Elementos* de Euclides, dando a entender que ha recurrido a este artificio demostrativo para que sea la fuerza de la razón la que respalde y propague la verdad cristiana entre quienes no reconocen los milagros o la autoridad del Nuevo Testamento; así, hasta cierto punto, identifica el poder de convicción de la razón con la demostración deductiva a partir de definiciones, postulados y axiomas.

De todo lo anterior se desprende que mis distinciones están más claras en la teoría que en la práctica —lo cual no deja de ser un lastre habitual en los análisis históricos—. Pero creo que con ellas se pueden despejar algunos equívocos en que suelen incurrir las referencias al «more geometrico». Por empezar por el más habitual: se suele suponer que el «more geometrico» es un fenómeno no sólo típico sino exclusivo del siglo XVII, una actitud privativa del 'mundo moderno'. Pero esto, a menos que se añadan mayores precisiones, no es cierto. Otra suposición tradicional es tomar a Spinoza, en particular su *Ethica ordine geometrico demonstrata*, como la muestra cabal de este programa de extrapolación metodológica; me temo, en cambio, que éste es un ejemplo de la retórica más que de la metodología o la lógica de los programas del «more geometrico» del siglo XVII —tampoco existe entonces un programa único al respecto—.

Bueno, como es de temer y quizás sea de agradecer, aquí no puedo abordar toda una historia del asunto. Sólo voy a esbozar unas líneas sumarias y generales o, si se quiere, un esquema de las fases o momentos que parecen jalonar su desarrollo histórico.

1. Para empezar, la primera muestra de un programa del «more geometrico», y en sentido fuerte, aparece a mi juicio en los medios helenísticos sensibles al influjo de *Los Elementos* de Euclides. La misma disposición axiomatiforme del tratado de Euclides no parece una opción circunstancial o simplemente expositiva, si se tienen en cuenta tradiciones anteriores de elucidación conceptual, de organización y generalización de resultados y de confección de tratados de *Elementos*. En la esfera de influencia de la matemática alejandrina del siglo III, la demostración 'euclídea' —aunque algunos de sus pasos y fórmulas características ya pueden constatarse antes de Euclides— oficia como canon de la demostración propiamente dicha. Desde luego, no hay la menor constancia de que quienes asumen este paradigma (desde los matemáticos coetáneos de esa especie de ortodoxia alejandrina, como Arquímedes, o posteriores, como Ptolomeo, hasta un comentador tan tardío como Proclo), se hagan la ilusión de estar proponiendo una clave general en teoría del método o en teoría del conocimiento. Entre los matemáticos clásicos, se trata de una asunción consciente y efectiva, casi diríamos 'profesional', pero no metodológica o filosóficamente elaborada: el texto más explícito sobre las cuestiones de método, la carta de Arquímedes a Eratóstenes sobre el uso heurístico de nociones mecánicas en geometría, se limita a demarcar la demostración propiamente dicha, la demostración geométrica, de cualquier otro tipo de conside-

ración o prueba. Proclo es, sin duda, mucho más proclive a la filosofía, pero tratará de hacer metafísica neoplatónica y, por ende, no estará muy dispuesto a una exaltación desmesurada de las virtudes del modo de conocer de la geometría: éste siempre será inferior al que pueda esperarse de la dialéctica y de una sistematización deductiva autofundamentada, que trasciende suposiciones o principios 'hipotéticos' como los geométricos. Pero, por otro lado, el programa halla eco fuera del vasto ámbito de las matemáticas, por ejemplo en Galeno a la hora de considerar una alternativa científica estable e incontrovertible en algunas partes de la medicina por encima de las disputas metodológicas entre las diversas escuelas médicas. En resumen, el «more geometrico» helenístico es un vivo ejemplo de cómo se puede dar el primer paso en una asunción fuerte del programa sin el menor asomo de ir a dar el segundo. No obstante, esta extrapolación metódica griega contribuyó a uno de los acontecimientos más decisivos en la historia de nuestra idea de las matemáticas. Me refiero a la doble implantación: 1) Del método deductivo, como proceder matemático característico, y 2) De la demostración concluyente, como estándar de prueba de las proposiciones matemáticas. Desde los griegos de los siglos IV-III a.n.e. hasta nuestros días, el criterio más estable y típico —no, desde luego, el único— de la 'verdad' de una proposición matemática es su demostración deductiva.

Otro momento histórico del «more geometrico» podría corresponder a la época medieval y postmedieval en Occidente a partir del siglo XII, *i.e.* a partir de las versiones arábigo-latinas de *Los Elementos* de Euclides y del mejor conocimiento de la matemática griega a través de otras fuentes de información árabes. Ahora bien, las actitudes medievales y postmedievales, digamos entre los siglos XII y XVI, por lo que concierne a la teoría y la práctica de la demostración sistemática en general, y de las pruebas «more geometrico» en particular, son bastante complejas. Y quizás por no tener en cuenta esta complejidad, algunas referencias de ciertos medievalistas a un «more geometrico» sean equívocas, cuando no positivamente erróneas. Por ejemplo, se ha hablado de un «more geometrico» a propósito de los llamados 'calculatores' de Oxford del siglo XIV o a propósito de Oresme con referencia a casos que a lo sumo serían muestras de geometrización aplicada al análisis del movimiento en filosofía natural. También se han incluido bajo el rótulo de «more geometrico», sin mucha discriminación, tratados que en realidad responden a diversos modelos o formas de articulación deductiva. Por otro lado, en los casos más susceptibles de ese tipo de caracterización, no se distingue entre el uso del modelo geométrico de demostración en un sentido débil o sólo aproximado, como vendría a ser el caso del tratado *De causa Dei* de Bradwardine, de otros usos en un sentido más fuerte como el ya citado de Nicolás de Amiens. O, en fin, tampoco se menciona en esta misma línea el *De elementis arithmetice artis* de Jacobo de Nemore, quizás por su temática aritmética; pero este tratado, además de ser un claro ejemplo de sistematización deductiva al modo geométrico, sin geometrización, tiene el relieve de ofrecer por vez primera —según mis noticias— unos postulados expresos de aritmética (no hay postulados aritméticos en los textos que hoy conservamos de la matemática griega). Así pues, las distinciones propuestas al principio pueden desempeñar aquí un buen papel. Pero no bastarán para desenredar la madeja de las actitudes y usos medievales y postmedievales de la demostración, porque las concepciones y las prácticas de la prueba deductiva en la Edad Media configuran una situación mucho más complicada, en la que el modelo geométrico dista de ser un personaje principal.

2. El «more geometrico» adquiere su protagonismo histórico en el siglo XVII, si bien ya en el XVI algunas discusiones y sugerencias (*e.g.* al hilo de las nuevas versiones de *Los Elementos* de Euclides o del comentario de Proclo a su libro I) parecen anunciar su importancia. Para ganar tiempo voy a prescindir de los usos del programa en un sentido débil, aunque algunas de las aplicaciones de este tipo, en particular en filosofía, han tenido tanta fama que podría tomarse por una falta de respeto el no mencionarlas.[1]

En la asunción del programa en sentido fuerte, había señalado dos modalidades o dos pasos. Conforme al primero, la deducción geométrica constituye una fuente de inspiración y un paradigma tanto a efectos heurísticos, en tareas de conceptualización, invención y análisis, como a efectos demostrativos, en tareas de sistematización deductiva o de síntesis. El uso del término 'análisis' para indicar una vía de descubrimiento o adquisición de nuevo conocimiento, y del término 'síntesis' para indicar una vía complementaria de justificación deductiva, se había extendido bajo el influjo de los comentarios de Pappo a *Los Elementos* de Euclides; pero, al mismo tiempo, esos términos habían ido cobrando varias y diversas connotaciones hasta el punto

1 *Vid.* por ejemplo: de Vleeschauwer 1961; de Angelis 1964; Schüling 1969. Entre los historiadores de la filosofía cunde un reflejo condicionado que asocia la respuesta "Spinoza" al estímulo: «more geometrico». En el monográfico de *Studia Spinozana* 2 (1986), "Spinoza's Epistemology", pueden verse algunas muestras de las confusiones contraídas en este condicionamiento. Por fortuna, hay estudios más lúcidos, *e.g.* Mark 1975 y Hubbeling 1977.

de que el llamado 'método de análisis', en particular, bien merece su propia historia.[2] Aquí sólo servirán para recordarnos la conveniencia de distinguir dos maneras posibles de tomar la geometría como modelo metodológico: una es asumir su capacidad constructiva y resolutiva, virtud generalmente asociada al *análisis*; la otra es asumir su capacidad sistemática de demostración a partir de unas definiciones y principios (postulados, axiomas), generalmente asociada a la *síntesis*. La primera, por ejemplo, le interesa ante todo —pero no exclusivamente— a Descartes;[3] la segunda, en cambio, es la privilegiada por los manifiestos de Pascal o por un programa filosófico de Leibniz. En todo caso, ésta segunda, la sistematización deductiva axiomática, es la que suele considerarse característica del «more geometrico» y aquí voy a ceñirme a esta caracterización selectiva.

Detengámonos un momento a considerar la importancia de este primer paso, la asunción de la deducción geométrica como modelo no sólo de resolución de problemas sino de descubrimiento y adquisición de nuevos conocimientos, y como modelo de justificación y explicación, *i.e.* de demostración cabal de lo ya conocido. Es un supuesto que parece compartido por gente tan dispar como Kepler, Galileo, Descartes, Newton, Leibniz. Cierto es que ninguno lo entiende exactamente del mismo modo. Hay, sin embargo, algunas actitudes comunes en relación con la ciencia y a la filosofía. En el campo más bien 'científico', la invocación del método geométrico incluye además una geometrización o matematización de la naturaleza y de la filosofía natural. Antes del siglo XVII —desde los siglos XII y XIII, por ejemplo—, ya se había aventurado alguna que otra sugerencia en tal sentido. Pero ahora es una actitud mucho más precisa y decidida que entraña, entre otras cosas, el despegue de una 'física matemática' y el compromiso con una concepción realista del uso de las matemáticas. También genera problemas de sumo interés —todavía hoy planteados tanto en historia como en filosofía de la ciencia—; *e.g.*: ¿cómo nos las arreglamos para que nuestras ideas y construcciones matemáticas se apliquen de manera efectiva e informativa al conocimiento y control de la naturaleza?

2 *Vid.* por ejemplo Hintikka y Remes 1974, Oldroyd 1986 y Hankins 1990.

3 *Vid.* por ejemplo Lenoir 1979. La tradición epistemológica que ve el conocimiento como un producto de nuestra propia acción asume el modelo constructivo de la geometría para sugerir ciertos programas alternativos a los de corte axiomático. Sobre esta tradición, más importante que lo que suele reconocerse, pueden verse Mondolfo 1971 y Pérez-Ramos 1988. Pese a su excesivo énfasis y su inconsistencia teórica, Lachterman [1989] también es ilustrativo de la contribución de Descartes en esta línea 'constructivista'.

En el ámbito filosófico, cuestiones de fondo como ésta, latentes en el desarrollo de la ciencia moderna, movieron a los 'racionalistas' del siglo XVII a no andarse por las ramas. Algunos, por lo menos, añadieron a la matematización de la naturaleza y de la ciencia natural una dimensión más: la matematización del conocimiento. Dieron el segundo paso de la asunción fuerte del «more geometrico», el paso que convierte un método paradigmático de prueba en toda una metodología científica. Esta conversión significa tres cosas. En primer lugar, que el método geométrico no es un método entre otros sino el método, el llamado a justificar y acreditar como saber auténtico, saber concluyentemente demostrado, cualquier pretensión de conocimiento —lo cual lleva a forjarse, por vez primera en nuestra historia cultural, la idea o la ilusión de un método único y universal de legitimación del conocimiento—. En segundo lugar, supone una epistemología o una teoría del conocimiento congruente con ese poder de legitimación. En tercer lugar, parece pretender incluso una especie de cobertura lógica sistemática. Intentaré concretar un poco estos tres aspectos: metodológico, epistemológico y lógico, de la asunción fuerte del «more geometrico» en el siglo XVII, aunque no pueda entrar ni en precisiones hermenéuticas ni en otras muchas cuestiones adicionales.[4]

3. Sobre la metodología programática del «more geometrico» hay abundantes referencias en diversos medios científicos y filosóficos de los siglos XVII y XVIII. Además, contamos con una especie de declaración de principios que formula Pascal hacia 1657-58 en dos ensayos acerca del espíritu geométrico y el arte de la persuasión racional.[5]

Pascal empieza apuntando tres objetivos capitales: descubrir la verdad cuando la buscamos; demostrarla cuando la poseemos; discernirla de la falsedad cuando la examinamos. La geometría es modelo eminente del logro de estos tres objetivos. El primero se alcanza por la vía del 'análisis'. Y el tercero, la discriminación de lo verdadero, es una secuela del segundo, la demostración de la verdad.

La vía de la demostración comporta dos tareas principales: una, probar cada proposición en particular; la otra, disponer el conjunto de estas proposiciones en el mejor orden deductivo posible, el marcado por el método axiomático. El modo perfecto de cumplir tales condi-

4 Aquí tampoco puedo pretender una contextualización de los programas del «more geometrico» en el marco general del pensamiento del siglo XVII. Para diversos aspectos introductorios en este sentido, pueden verse, por ejemplo, Hollis 1973 y Schouls 1980. Un estudio que los lectores hispánicos también podrían desempolvar es el de Ortega y Gasset 1979.

5 En Pascal 1963, 348-359.

ciones consistiría en definir todos los términos empleados y en demostrar todas las proposiciones asumidas. Pero tanta perfección es inalcanzable. Así pues, en lugar de plantearnos un ideal imposible o confuso —que nos embarcaría en procesos infinitos o circulares— habremos de atenernos al mejor procedimiento que se halle a nuestro alcance. Y éste no es otro que el modo de demostración y de persuasión o convencimiento racional practicado en geometría. La geometría no define las nociones obvias y entendidas por todos: las formula y por referencia a ellas define todas las demás; tampoco demuestra los principios reconocidos por todos, los adopta y establece a partir de ellos todas las proposiciones verdaderas restantes. Más precisamente, el modelo geométrico sienta tres puntos esenciales: el 1° es la definición nominal de los términos o abreviaturas convencionales, que vamos a utilizar, de manera tan clara e inequívoca que no requieran explicación ulterior, *e.g.* "llamo 'número par' a todo entero exactamente divisible en dos enteros iguales"; el 2° es dirigir el proceso de deducción a partir de verdades necesarias y primordiales, principios comunes o axiomas evidentes —un axioma entonces popular era la noción común quinta de *Los Elementos*: el todo es mayor que una parte propia, bajo esta u otra versión equivalente—, el 3° es demostrar en su debido orden las proposiciones derivadas de tales principios, con la precaución de ir sustituyendo los términos definidos por sus definiciones. Hay un buen ejemplo en los *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano* de Leibniz: su conocida prueba de que 2 y 2 es igual a 4 (IV, vii, 10).[6] También es Leibniz el que eleva esa precaución de la sustitución por definiciones a la categoría de norma al concebir la demostración como una secuencia lógica de proposiciones de identidad, definiciones y sustituciones de términos idénticos o definidos.

No estarán de más algunas observaciones sobre este programa metodológico. Para empezar, aporta una nueva idea de la demostración a nuestra tradición cultural de la prueba deductiva —la concepción

6 "Supuesto que *cuatro* significa tres y uno, el que dos y dos son cuatro no constituye una verdad completamente inmediata. Es posible demostrarlo y he aquí la manera:

Definiciones: 1ª *Dos* es uno y uno.

2ª *Tres* es dos y uno.

3ª *Cuatro* es tres y uno.

Axioma: poniendo cosas iguales una en lugar de la otra, la igualdad se mantiene.

Demostración: 2 y 2 es 2 y 1 y 1 (por def. 1)

2 y 1 y 1 es 3 y 1 (por def. 2)

3 y 1 es 4 (por def. 3).

Luego en virtud del axioma, 2 y 2 es 4 como había que demostrar" [Leibniz 1983], 496-497]. Hoy es fácil observar que también está obviando tácitamente un supuesto de asociatividad.

leibniziana recién mencionada—. Además avanza la sistematización que podríamos llamar 'axiomática clásica'. Una axiomatización clásica consiste en un conjunto de proposiciones, posiblemente infinito, que cuenta con un subconjunto finito y expreso de verdades primeras y evidentes (axiomas) del que se desprenden deductivamente, de forma inmediata o mediata, todas las demás proposiciones. Así pues, es una teoría interpretada en la que la verdad inherente a los axiomas se transmite por reglas lógicas de deducción o por sustitución 'definicional' a todo lo largo del cuerpo proposicional de la teoría. La vigencia de este modelo de axiomatización ha sido mayor que la de los programas mismos del «more geometrico»: alcanza el siglo XIX. Otro de sus legados perdurables es, en fin, la organización metódica del conocimiento en el doble plano de los conceptos y de las proposiciones, y con arreglo a su distribución sistemática en unos elementos (conceptos, proposiciones) primitivos y otros derivados; esa disposición llega a nuestro siglo XX.

Pero esta elaboración ha dado lugar a un persistente equívoco interpretativo. Podemos imaginar que el siglo XVII se encuentra con un curioso legado. Ahí está, de una parte, la tradición medieval y postmedieval que le ofrece una especie de 'teoría' de la demostración un tanto dispersa por entre los comentarios y las glosas de los *Segundos Analíticos* de Aristóteles. De otra parte, cuenta con una práctica paradigmática de la demostración, pero sin 'teoría', en las nuevas ediciones de *Los Elementos* de Euclides y de otras muestras de la matemática helenística. También conoce la discusión postmedieval en torno a las relaciones entre el silogismo aristotélico y la prueba euclídea, amén de varios ensayos de reducción silogística de ésta última. En suma, todo parece dispuesto para que el «more geometrico» se haga la ilusión de proporcionar a la práctica geométrica, ayuna de 'teoría', la cobertura o la significación pertinentes. Pues bien, el equívoco reside en hacerse la ilusión de referirse a la deducción efectivamente practicada por Euclides, cuando, en realidad, el lema se refiere a sí mismo: no designa lo hecho por los geómetras griegos sino la idea que los propios científicos y filósofos del siglo XVII se han formado acerca del método y del sistema de la geometría antigua. Son sintomáticas las críticas que el propio Euclides recibe de Leibniz, por ejemplo, por no estar a la altura del modelo: por considerar axiomáticas ciertas proposiciones perfectamente reducibles a otros principios previos. Pero también hay claros ejemplos de suplantación del legado, como en lo que concierne al «método de análisis» (desde Descartes hasta —digamos— Newton). Otras señales en el mismo sentido son la nueva idea de demostración (la concepción leibniziana de reducción a, y sustitución de, términos idénticos) y la perspectiva sistemática general que comporta la metodología del «more geometrico». En otras palabras, el siglo XVII, aunque no deje de reconocer y asumir el paradigma metodológico de *Los Elementos*, trabaja con racionalizaciones de la prueba euclídea, más afines a las ideas y los usos del propio siglo que a los de la matemática alejandrina. Este *quid pro quo* es comprensible en el siglo XVII, siquiera sea por falta de una suficiente perspectiva histórica. Pero lo que hoy resulta difícil de entender es el empeño de Lakatos y algunos de sus discípulos (*e.g.*, Musgrave) [*vid.* Lakatos 1981, 15-41; Musgrave 1991, 177-18] en particular] en seguir llamando 'programa euclídeo' a lo que más bien representaría un ideario 'racionalista' moderno —*e.g.*: una propuesta como la citada de Pascal (1657-58)—.

4. La dimensión epistemológica del «more geometrico» del siglo XVII está compuesta por ciertos supuestos que las historias de la filosofía suelen atribuir al 'racionalismo'. Es sabido que, en historia, los '-ismos' ('racionalismo', 'empirismo', etc.) son etiquetas más cómodas que inequívocas. Por lo demás, también serían congruentes con algunas partes del programa otras teorías del conocimiento del siglo XVII que no cabrían justamente dentro de la casilla del 'racionalismo' —*e.g.* la tradición constructiva del 'verum-factum' (Vico, Hobbes ...)—. Pero ahora, a efectos meramente ilustrativos, bastará aludir a ese trasfondo digamos 'racionalista' del programa.

Una de las aspiraciones clásicas del 'racionalismo' era la fundamentación del desarrollo del conocimiento como saber concluyente. Este planteamiento presupone que el conocimiento se traduce en proposiciones verdaderas y que hay un sistema o un orden de razones que justifica la verdad de tales proposiciones de modo concluyente.

Una proposición está formada por contenidos conceptuales a los que cabe llamar 'términos' de la proposición. La justificación racional de los *términos* responde a esta condición general: un término está racionalmente justificado si representa un concepto primitivo o un contenido reducible a conceptos primitivos. En Descartes se trata de una reducción gnoseológica: descansa en una estrategia metódica de elucidación y simplificación que lleva a ideas inmediatamente simples (*e.g.* la idea de extensión). En Leibniz se trata de un proceso lógico-semántico que por medio de definiciones y análisis inferencial va reemplazando los contenidos implicados hasta llegar a unos presuntos constituyentes elementales. Todo término (o contenido conceptual) primitivo que proceda del entendimiento mismo está autojustificado (en particular, tienen este estatuto las nociones de ser, sustancia o identidad, así como los conceptos geométricos básicos).

La justificación racional de las *proposiciones* se atiene, a su vez, a esta condición general: una proposición está racionalmente justificada si es una verdad primitiva e inmediata, o es una proposición deductivamente derivada de esas verdades primeras. Una verdad primitiva es un primer principio, bien racional —como el de identidad— o bien fáctico —como el cartesiano "Pienso, luego existo"—, y por ende es una proposición autojustificada. Dicha condición general puede prestarse luego a modulaciones diversas, *e.g.* con arreglo al talento más intuitivo de Descartes o con arreglo al talento más discursivo y sistemático de Leibniz. Pero, en suma, hoy diríamos que la justificación racional de los términos y de las proposiciones pretende tener un aire recursivo.

Así pues, la justificación del conocimiento como saber concluyente envuelve estos supuestos. 1) Hay algún procedimiento de análisis conceptual, resolución o definición, que hace posible la reducción de las ideas complejas a ideas más simples, obvias e inequívocas. 2) Hay ciertas ideas simples o elementales innatas, que corresponden a naturalezas o realidades básicas y componen los primeros principios, 3) Hay algún criterio que permite reconocer la verdad inmediata de estas proposiciones primitivas: consiste en su claridad y distinción, fundamento de toda evidencia, según Descartes, es además su propia consistencia interna —el no implicar contradicción— a juicio de Leibniz, y 4) Toda proposición derivable de una o más proposiciones primitivas es verdadera, pues ni los principios lógicos de deducción ni el reemplazo de los términos definidos por sus definiciones pueden conducir desde la verdad a falsedad alguna.

El fruto esperado por esta epistemología 'racionalista' es una organización sistemática general de cuerpos de saber: una red donde la verdad inherente a los puntos y nudos iniciales se va transmitiendo, al hilo de la deducción, a todo lo largo del tejido en un proceso continuo, acumulativo e indefinido de desarrollo del conocimiento cierto y establecido. La filosofía contemporánea de la ciencia suele condenar un programa de este género por varios y diversos cargos: adolece de un verificacionismo ingenuo; ignora las formas reales y efectivas de desarrollo de la investigación y del conocimiento científicos; peor aún, de seguir sus directrices, éstas conducirían a una trivialización endémica del conocer. Pero, aparte de estas cuestiones, hay una pregunta previa y más radical. El «more geometrico» no contempla la axiomatización de un campo determinado del saber sino la axiomatizabilidad general del conocimiento científico. Pues bien, tamaña empresa ¿es viable en principio? ¿Tal programa ofrece garantías no ya de tener realmente éxito sino de plantearse, siquiera, un objetivo lógicamente posible?

La pregunta nos remite al tercer aspecto o dimensión de la asunción fuerte del «more geométrico» del siglo XVII, a su dimensión lógica, y de paso invita a considerar su posible pretensión de una cobertura lógica sistemática del programa.

5. Recordemos, para empezar, dos contribuciones capitales del «more geometrico» del siglo XVII. Por un lado, concibe un nuevo patrón lógico de la deducción concluyente en forma de secuencia de definiciones y sustituciones. Por otro lado, parece ampliar el horizonte del análisis lógico mismo y sugerir el paso desde la lógica de la demostración hasta la lógica de los sistemas deductivos, es decir, el paso desde la idea de demostración y la organización deductiva de determinados dominios hasta la idea general de sistema axiomático. Mientras que la teoría aristotélica se ocupaba de las condiciones a satisfacer por una demostración efectiva y la práctica matemática alejandrina —Euclides, Arquímedes, Apolonio— se interesaba en especial por la elucidación conceptual y la articulación concluyente de unos cuerpos determinados de resultados o de teoremas, el «more geometrico» del siglo XVII aspira a una axiomatización general del campo del conocimiento. Con ello, alcanza a entrever —así parece, al menos, en el caso de Leibniz— problemas metateóricos antes insospechados; por ejemplo, el problema del control efectivo de conjuntos posiblemente infinitos de proposiciones. Y por todo esto creo que es entonces cuando aparecen las primeras señas de identidad de lo que podríamos llamar 'método axiomático clásico'. En esta nueva perspectiva pueden importar no sólo la validez o la fuerza incontrovertible de una deducción o una serie de deducciones sino ciertas propiedades estructurales de los sistemas deductivos, por ejemplo la de ser consistentes, completos, decidibles, independientes, etc. ¿Hay consideraciones de este género entre los representantes del «more geometrico»? Algunos intérpretes de Leibniz aseguran que, en su caso, sí [*vid.* por ejemplo Weingartner 1983]. Bien, aunque nada más sea provisionalmente, tomemos a Leibniz o, si se quiere, al Leibniz mejorado por esta línea de interpretación como guía por este terreno para ver hasta dónde podría llegar, en todo su esplendor, la cobertura lógica del programa.

En términos muy sumarios y esquemáticos, esta cobertura sería la deparada por unos supuestos generales de axiomatización del saber científico y por unos supuestos específicos acerca del alcance de una sistematización de este género.

Los supuestos generales son los dos siguientes:

a) Toda proposición científica puede integrarse en un sistema deductivo formado por primeros principios (proposiciones primitivas) y por sus consecuencias o derivaciones, y

b) Todo sistema deductivo es axiomatizable: esto es, reducible a un conjunto finito y determinado de axiomas o verdades primeras.

Una cuestión, no tanto lógica como epistemológica, es la de si esta reducción es o no practicable en un número finito de pasos y, por ende, queda o no a nuestro alcance. Leibniz asegura que las verdades de razón, verdades necesarias cuya negación es una proposición imposible, son finitamente reducibles a los principios de identidad o no contradicción, esto es a principios de la forma '*A* es *A*', '*AB* es *A*' ..., en los que se resuelve la verdad de una proposición como una conexión interna y necesaria en la que el término predicado se halla contenido en el término sujeto. Al ser de este tipo, en particular, las verdades lógicas y matemáticas, nuestros conocimientos lógicos y matemáticos se podrían integrar en sistemas efectivamente axiomatizados. Ahora bien, las verdades de hecho, verdades contingentes que cabría negar sin contradecirse, ya son otro cantar. También se remiten a unos primeros principios como el de razón suficiente o el de perfección, pero su reducción envolvería un número de pasos infinito y por ende queda fuera del alcance humano. Su conocimiento cabal y efectivo sólo es accesible a la omnisciente comprensión divina. Para explicar esta diferencia, Leibniz emplea a veces una analogía con las magnitudes conmensurables e inconmensurables: las verdades de razón se asemejan a las magnitudes conmensurables, que admiten un procedimiento efectivo para la determinación de su medida común, el algoritmo euclídeo; las verdades de hecho recuerdan en cambio a las magnitudes inconmensurables, que sólo admiten procesos infinitos de aproximaciones sucesivas. Pero estos problemas de cálculo —al igual que las dificultades epistemológicas de la reducibilidad infinita— carecen de relieve en el plano lógico y conceptual pues, por ejemplo, las relaciones de proporción entre magnitudes, sean conmensurables o inconmensurables, son perfectamente axiomatizables.

Los supuestos específicos son, a su vez, los tres siguientes:

(i) Toda proposición tiene un valor veritativo determinado: o es verdadera o es falsa. Este supuesto de bivalencia tiene en Leibniz considerable fuerza: entraña el principio de no contradicción y el de tercero excluido; así mismo, excluye cualquier ambigüedad o indeterminación veritativa. Como es sabido, Leibniz también acariciará la idea de un procedimiento combinatorio efectivo para hallar cualquier proposición verdadera y de un procedimiento similar para decidir la validez formal de una prueba deductiva. De hecho, hay varias sugerencias leibnizianas en la línea de los que hoy llamaríamos un métodos de invención y de decisión; quizás la más conocida, pero la más informal, es su famoso 'calculemos': cuando surja una discusión entre dos filósofos, bastará para dirimirla con que se sienten ante un instrumento de cómputo ('ad abacos'), y se digan el uno al otro: calculemos [trabajo preliminar para la 'Characteristica universalis'].

(ii) Si *P* es una proposición científica, *P* es verdadera. Como toda proposición científica puede integrarse en un sistema axiomático, a tenor de los supuestos anteriores, esto equivale a postular la consistencia de los sistemas generales del conocimiento científico, pues sólo pertenecerán a ellos las proposiciones que o bien tienen acreditada su verdad en calidad de proposiciones primitivas o bien se derivan de éstas por reglas lógicas y sustituciones definicionales que, naturalmente, preservan el valor de verdad de las bases proposicionales de esos sistemas. En otras palabras, un sistema de proposiciones científicas nunca contendrá una contradicción o una falsedad, ni podrá conducir a ellas.

(iii) Si *P* es una proposición verdadera, entonces *P* es finita o infinitamente analítica, *i.e.*, tiene una demostración *a priori* en el sistema. Recordemos que la verdad de una proposición descansa en la conexión interna por la que el predicado se encuentra de algún modo contenido en el sujeto, y esta conexión puede analizarse a través de una secuencia de definiciones y sustituciones. El análisis finito de las verdades de razón remite en última instancia al principio de no contradicción, en el que se resuelven los asertos de identidad. El análisis infinito de las verdades de hecho, verdades relativas a lo que hay en el mundo con sus propiedades y atributos, descansa en el principio de razón suficiente —todo cuanto existe ha de tener una causa y razón de su existencia—, junto con la suposición metafísica de que el mundo real coincide con el mejor mundo posible y éste no es otro que orden matemático del universo. Pues bien, esto equivaldría a postular que el sistema, además de consistente, sería completo: estaría en condiciones de deducir toda proposición verdadera, todo verdadero conocimiento.

Bueno, la versión que acabo de dar es una reconstrucción algo sesgada de la filosofía leibniziana. El Leibniz histórico se muestra mucho más complejo y vacilante en varios de estos extremos, hasta el punto de parecer a veces incoherente en alguno de ellos. Por lo demás, si se recuerda que las nociones mismas de consistencia, completud, efectividad, en este sentido metasistemático, son un producto de nuestro siglo XX, aumentarán las dudas sobre una interpretación de Leibniz en unos términos demasiado próximos a los habituales en la metodología actual de las ciencias deductivas. A mi juicio, ya no es posible sostener la tesis de Scholz de que Leibniz ha sido el padre o el precursor de la moderna lógica formal. Mucho menos cabría considerarle el precedente de las metateorías de la deducción contemporáneas. En todo caso, hoy sabemos que esa presumible cobertura lógico-axiomática del conocimiento científico es un sueño irrealizable. Un ideal que no sólo queda fuera del alcance humano, sino fuera del alcance del propio Dios de Leibniz. Resulta, en dos palabras, lógicamente imposible. El ámbito general de nuestras 'verdades de razón', las proposiciones matemáticas, no es axiomatizable en sentido estricto. Más aún, ningún lenguaje deductivo de cierta capacidad expresiva y reflexiva —la suficiente al menos para hacerse cargo de la aritmética elemental— y, por consiguiente, ninguna teoría deductiva de cierto interés científico, admiten una formalización sistemática que sea a la vez consistente y completa. Todavía es menor el alcance de nuestros métodos de decisión o de resolución efectiva: ni siquiera cubren por completo un dominio tan relativamente limitado como el de la lógica considerada 'elemental' o 'de primer orden'.

6. Llegados a este punto, nos puede tentar un balance de la significación del «more geometrico» en la forma plena y madura que reviste en el siglo XVII. No es tarea fácil. El lema da nombre a una actitud genérica que se traduce en un conjunto de propuestas y directrices programáticas, más que en unas muestras o unos logros definidos, de modo que su análisis acaba por tomar el aire de un juicio de intenciones.

Con todo me arriesgaré a resumir sus mayores virtudes. Una es reconocer la práctica de la prueba matemática como el 'lugar natural' —si hubiera alguno— de la demostración propiamente dicha. Parece claro, desde el siglo XVII (aunque no falten otras indicaciones anteriores en este sentido), que donde se aprende a demostrar es en matemáticas. Decía L. Brunschvicg: "Euclides, para las numerosas generaciones que se han nutrido de su sustancia, puede que haya sido menos un profesor de geometría que un profesor de lógica" [Brunschvicg 1947, 84]. Creo que esta impresión, referida a cierto momentos de los siglos XVII-XIX, es aceptable si, de acuerdo con las observaciones precedentes, tomamos el magisterio euclidiano no tanto o no sólo en el sentido de modelo programático de método, sino en el sentido de agente catalizador de una metodología que apunta más allá de Euclides mismo. Pues otra de las virtudes del «more geometrico» del siglo XVII es transformar las primicias axiomatiformes griegas en sistemas generales axiomáticos de organización deductiva del conocimiento, capaces de integrar cuerpos posiblemente infinitos de proposiciones, al tiempo que define nuevas formas congruentes de prueba o deducción directa. Así, por último, da a luz un modelo de axiomatización, la axiomatización que vengo llamando 'clásica', vigente en términos generales hasta la aparición de la axiomatización 'abstracta' con los *Grundlagen der Geometrie* de Hilbert en 1899.

Pero a pesar de estas prometedoras virtudes, me temo que la contribución real del «more geometrico» al desarrollo histórico de la demostración y de la sistematización deductiva fue más bien escasa. Sus objetivos, aparte de ser lógicamente inalcanzables, puede que tampoco fueran muy estimulantes y puede que su programa axiomático resultara entonces tan extemporáneo como antes lo había sido la idea de Galeno de convertir la medicina antigua en una ciencia demostrativa. De hecho, el ideal leibniziano de una lengua sabia, un lenguaje capaz de discurrir por delante de la mente, en la medida en que hoy lo consideramos parcialmente viable, resultaba entonces a todas luces prematuro. Por otro lado, el «more geometrico» perseveró en un pecado original: el de hablar de la sistematización de cuerpos de conocimiento científico, pero aplicarse con clara preferencia a la sistematización informal de filosofías o asuntos variopintos (e.g. Leibniz, a la demostración concluyente de cuál había de ser en 1669 el rey adecuado para los polacos, Francis Hutcheson, en 1725, al cálculo del rendimiento de ciertas virtudes como la benevolencia). Así que sus servicios más ostensibles nunca dejaron de tener el aire más bien retórico de un artificio meramente expositivo. Y a estos problemas internos habría que sumar el peso aún mayor de algunos otros motivos externos, determinados por el contexto histórico de los siglos XVIII y XIX. Ahora no puedo entrar en detalles al respecto. Sólo puedo confesar mi impresión de que los ideales de sistematización axiomática y, en particular, la extrapolación programática del «more geometrico» pasaron a residir en el limbo filosófico de las ideas más o menos justas sobre el método, sin contribuir ni a orientar las prácticas ordinarias de la prueba ni a fundar o esclarecer el rigor de las demostraciones propiamente dichas. En todo caso, me parece bastante sintomático que no haya casi nadie que se vuelva a interesar por el análisis de la estructura lógica de los sistemas deductivos hasta bien avanzado el siglo XIX. Por lo demás, este análisis que por diversos caminos desembocará en la fundación expresa de una metodología de las ciencias deductivas por los años

1920 y 1930, responde a motivos bien distintos a los que habían inspirado la extrapolación del «more geometrico» en el siglo XVII.

Por todo ello es bastante curioso encontrarse en nuestros días con una propuesta similar de reducción de la demostración matemática misma a cadenas de definiciones. Es tanto más curioso si se tiene en cuenta que procede del autor de una voluminosa historia de la lógica, Antón Dumitriu [1981]. Parece una de esas ironías de la historia en las que una extrapolación metodológica adquiere una especie de efecto boomerang y se vuelve para remodelar el propio modelo de origen. Dumitriu asegura incluso que hoy cabe probar la adecuación de esa versión leibniziana de la demostración en el ámbito general de la prueba matemática (!). Pero, en realidad, los resultados de su artículo son bastante confusos y su visión de las pruebas matemáticas es tan simplista que no pasa de ser una caricatura: *e.g.* no está claro si habla de definiciones de objetos o de caracterizaciones estructurales de sistemas de objetos, no está claro si tiene en cuenta los problemas de categoricidad o de caracterización única; sí está claro que no toma en consideración ni las cuestiones relacionadas con la existencia matemática ni un tipo de razonamiento tan básico y característico como el representado por el principio de inducción.

En vista del final infeliz de esta historia del «more geometrico» uno puede preguntarse si tienen algún sentido las extrapolaciones de este género. Creo que sí, aun a riesgo de hacer de la necesidad virtud —recordemos que a la antigua extrapolación griega le debemos, en parte, nuestra imagen básica de la matemática como ciencia deductiva—. En términos más generales, tienen sentido al menos en la línea de un desarrollo crítico del conocimiento. Por una parte, ofrecen modelos de rigorización de las pruebas, aunque a veces resulten prematuros y por lo regular tiendan a erigirse en patrones universales o únicos de legitimación; pero sin idealizaciones metodológicas de este género sería difícil apreciar críticamente no sólo el grado de rigor con el que —se supone— deberíamos proceder, sino el grado de rigor con el que de hecho procedemos. Nos pueden deparar además otra suerte de beneficios indirectos: por ejemplo, es posible que el nacimiento de la idea moderna de sistematización del conocimiento se derive del impacto cultural del «more geometrico» y es seguro, creo, que de él se desprende la forma 'clásica' de axiomatización, aunque hoy conozcamos muchas más variedades de método axiomático. Por último, el fracaso mismo del programa puede ser instructivo: no sólo en el sentido genérico de que siempre es provechoso aprender de pasados errores, sino en el sentido específico de colocarnos ante determinados problemas abiertos. Voy a terminar recordando uno de ellos cuya consideración me parece inevitable si uno quiere hacerse una idea más justa de la significación de las pruebas matemáticas. Hoy, como en el siglo XVII, las demostraciones matemáticas son paradigmas de necesidad racional. Por otro lado, a estas alturas, es casi obligado aceptar que el conocimiento científicamente establecido, en su conjunto, no pasa de ser un cuerpo de conocimiento falible; en general, no podemos estar seguros de no equivocarnos. Pues bien, ¿cómo podemos —si es posible— conjugar ambos extremos, la necesidad racional y otras virtudes (e.g. poder concluyente, carácter a priori, etc.) que solemos atribuir a las demostraciones matemáticas propiamente dichas, y este supuesto abrumadoramente general de la falibilidad del conocimiento? Por mi parte, creo que es posible. Lo que no sé es cómo. Así que, en fin, les agradeceré toda suerte de sugerencias.

## Referencias


BRUNSCHVICG, L. 1947. *Les étapes de la philosophie mathématique*. Paris.

DE ANGELIS, Enrico. 1964. *Il metodo geometrico nella filosofia del seicento*. Pisa: Istituto di Filosofia.

DE VLEESCHAUWER, Hermann J. 1961. *More seu ordine geometrico demonstratum*. Pretoria: Comm. University of South Africa.

DUMITRIU, Anton. 1981. "The logical mechanism of Mathematics". *International Philosophical Quarterly* XXI-4: 405-417.

HANKINS, Thomas L. 1990. "Newton's «Mathematical Way» a Century After the *Principia*". [En Frank Durham y Robert D. Purrington (Eds.). *Some Truer Method. Reflections on the Heritage of Newton*. New York: Columbia University Press.]

HAZARD, Paul. 1952. *La crisis de la conciencia europea (1680-1715)*. Madrid: Pegaso.

HINTIKKA, Jaakko y REMES, Unto. 1974. *The Method of Analysis: Its Geometrical Origin and General Significance*. Dordrecht, Boston: Reidel.

HOLLIS, Martin (Ed.). 1973. *The Light of Reason*. London: Fontana, Collins.

HUBBELING, Heribertus G. 1977. "The development of Spinoza's axiomatic (geometric) method". *Revue Internationale de Philosophie* 119-120: 53-68.

KOYRÉ, Alexander. 1980. *Estudios galileanos*. Madrid: Siglo XXI.

LACHTERMAN, David R. 1989. *The Ethics of Geometry: A Genealogy of Modernity*. New York, London: Routledge.

LAKATOS, Imre. 1981. "Regresión infinita y fundamentos de la matemática". En la compilación póstuma: *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza.

LEIBNIZ, G. W. 1983. *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*. Madrid: Editora Nacional.

LENOIR, Timothy. 1979. "Descartes and the geometrization of thought: the methodological background of Descartes' *Géométrie*". *Historia Mathematica* 6: 355-379.

MARK, Thomas C. 1975. "Ordine geometrica demonstrata: Spinoza's use of the axiomatic method". *The Review of Metaphysics* 29(2): 263-286.

MONDOLFO, R. 1971. *Verum factum*. Buenos Aires: Siglo XXI.

MUSGRAVE, Alan. 1993. *Common Sense, Science and Scepticism. A historical introduction to the theory of knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.

OLDROYD, David. 1986. *The Arch of Knowledge*. New York: Methuen.

ORTEGA Y GASSET, José. 1979. *La idea de principio en Leibniz y la evolución de la teoría deductiva*. Madrid: Alianza Editorial.

PASCAL. 1963. *Oeuvres complètes*. Paris: Éditions du Seuil. [Ed. por L. Lafuma]
PÉREZ-RAMOS, A. 1988. *Francis Bacon's Idea of Science and the Maker's Knowledge Tradition*. Oxford: Clarendon Press.
SCHOULS, Peter A. 1980. *The Imposition of Method. A Study of Descartes and Locke*. Oxford: Clarendon Press.
SCHÜLING, Hermann. 1969. *Die Geschichte der axiomatischen Methode im 16. und beginnenden 17. Jahrhundert*. Hildesheim, New York: Georg Olms.
WEINGARTNER, Paul. 1983. "The ideal of the mathematization of all sciences and of 'More Geometrico' in Descartes and Leibniz". [En William R. Shea (Ed.): *Nature Mathematized*. Dordrecht: Reidel. Pp. 151-195]

**Luis Vega** es doctor en filosofía por la Universidad Complutense de Madrid (España). En la actualidad dirige el Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la UNED, Madrid, donde es titular de Lógica e Historia de la Lógica. Entre sus publicaciones recientes cabe mencionar: edición (intr., trad. y notas) de *Arquímedes: El Método*, Madrid, Alianza, 1986; *El análisis lógico. Nociones y problemas I y II*, Madrid, UNED, 1987; *La trama de la demostración (Los griegos y la razón tejedora de pruebas)*, Madrid, Alianza Universidad, 1990; "Introducción general a *Euclides*": *Elementos*, I-IV, Madrid, Gredos (Biblioteca Clásica), 1991, pp. 7-184. Su investigación está orientada al análisis lógico y metodológico de la idea de demostración, y al estudio histórico de su desarrollo en lógica y matemáticas; por el momento, se ocupa especialmente de la época medieval y postmedieval, al tiempo que recoge material sobre las variaciones modernas del programa del «more geometrico» (siglos XVII-XIX).