

## Discusión sobre el progreso del análisis puro

*Evariste Galois*

(75a)<sup>1</sup> De todos los conocimientos (ciencias)<sup>2</sup> humanos, se sabe que el análisis puro es el más inmaterial, el más eminentemente lógico, el único que no pide nada a las manifestaciones de los sentidos ... Muchos (deducen) concluyen que es, en conjunto, el conocimiento más metódico y mejor coordinado. Pero esto es un error. Tómese un libro de álgebra, ya sea didáctico o de invención, y se verá un amasijo confuso (¡qué caos!) de proposiciones cuya regularidad contrasta bizarramente con el desorden del todo. Parece que (cada) las ideas cuestan demasiado al autor para que éste se dé el trabajo de ligarlas [parece que] su espíritu, agotado por las concepciones que yacen en la base de la obra [ya] no puede engendrar el pensamiento que presida al conjunto.

Y si se encuentra un método, una liga, una coordinación [éstos] son falsos y artificiales. Son divisiones (arbitrarias) sin fundamento, acercamientos arbitrarios, arreglos totalmente convencionales (semejantes a esa memoria artificial que los antiguos habían imaginado. (Lo que es) Peor que la ausencia de todo método. (Ello) acaece...)(esta falta de un método verdadero, de una marcha simple y clara en todas las obras de análisis sin excepción, ¿es esencial al género?, ¿es (en el estado de la ciencia) un mal real? o, ¿es, más bien, el síntoma de necesidades aún desconocidas en esta parte importante de nuestros conocimientos? (esto es lo que voy a discutir) Esta falla, incluso peor que la ausencia de todo método ocurre, sobre todo, en las obras didácticas compuestas (casi siempre) por hombres que no tienen el conocimiento de la ciencia que enseñan.

Todo ello sorprenderá mucho a la gente del mundo que han tomado la palabra "matemáticas" como sinónimo de "regular".

Sin embargo (estaremos más sorprendidos) si se reflexiona [sobre el hecho de que] aquí, como en otros sitios, la ciencia es la obra

del (hombre, hecho más para estudiar que para conocer, para buscar que para encontrar la verdad) espíritu humano, destinado, más bien, a estudiar que a conocer, a buscar que a encontrar la verdad. En efecto, un espíritu que tuviera el poder para percibir, de un sólo golpe, el conjunto de verdades matemáticas (no solamente las que conocemos, sino todas las verdades posibles), podría deducirlas, regular y maquinadamente, a partir de algunos principios (combinados según un método uniforme); entonces, no [habría] más obstáculos (no [habría] más dificultades. No [habría] más obstáculos que el sabio). No [habría] más de esas dificultades que el sabio encuentra en sus exploraciones y que son frecuentemente imaginarias. Pero, al mismo tiempo (no [habría] más ciencia) no más funciones para los sabios. (Pero no es así. Una teoría no puede ser construída sino bajo una de estas carencias) No es así: la tarea del sabio es tanto más bella cuanto más penosa (el dominio) (la marcha de la ciencia es también menos regular). La ciencia progresa por medio de una serie de combinaciones en que el azar no juega un papel menor, su vida es en bruto (ella) y se asemeja a la de los minerales que crecen por yuxtaposición. (Es inútil que el sabio intente ocultarse). Esto se aplica, no sólo a la ciencia tal (que la forma) como resulta de los trabajos de una serie de sabios, sino también a las investigaciones particulares de cada uno de ellos. (En vano querrán los analistas ocultarlo: tan inmaterial como es su ciencia, no tienen más poder [sobre ella] que otros que no supieran hacer deducciones; comparan; componen: es por tanteo que llegan a la verdad) En vano querrán (los analistas) disimularlo: no deducen, combinan, componen: tan inmaterial como resultare el análisis, no está en nuestro poder más que en el de los demás; es necesario espíarlo, sondearlo, solicitarlo. Cuando [los analistas] llegan a la verdad, caen en ella topando de un lado y otro.

(En cuanto a) Las obras didácticas deben compartir con las obras de invención esta falta de una marcha segura en la medida en que el tema que tratan no está del todo sometido a nuestras luces. No podrán, por lo tanto, adoptar una forma metódica (para) excepto en un número más bien pequeño de asuntos. Para obtenerla, sería necesario un conocimiento profundo del análisis y la inutilidad de esta empresa disgusta a quienes podrían (para quienes ya es demasiado) soportar la dificultad.

- (74a) Estaría por encima de la gravedad de este escrito enfrascarse en tal contienda con sentimientos de (indulgencia o) de animosidad (en contra de los sabios. Si los antecedentes, el pasado del autor)

respecto a los sabios. El autor de artículos evitara del mismo modo estos dos escollos. Si un pasado penoso le evitará lo primero, un profundo amor por la ciencia, que le hará respetar a quienes la cultivan, asegurará contra el segundo [escollo] su imparcialidad.

(La crítica) Es penoso (en las ciencias) limitarse al papel del crítico (al rigor del crítico y no poder sustituir): no lo haremos sino constreñidos y forzados. Cuando nuestras fuerzas lo permitan, tras haber censurado (tras haber señalado un vicio de la ciencia indicaremos lo que nos parece mejor a fin de), indicaremos lo que a nuestros ojos parece mejor. Tendremos, con frecuencia, ocasión de llamar la atención del lector sobre las ideas nuevas que nos han dirigido en el estudio del análisis. Nos permitiremos, por lo tanto, en nuestros primeros artículos, ocuparlo con estas ideas para ya no tener que regresar sobre ellas.

En temas menos abstractos (difíciles), en el arte, sería profundamente ridículo que una obra estuviera precedida de una crítica (de una obra, pero aquí, ningún límite debe separar a la crítica): sería confesar inocentemente (lo que está sin embargo, en el fondo mismo de toda crítica), lo que es casi siempre, en el fondo, verdad, que uno se toma a sí mismo como el modelo al que se relacionan los objetos (que se quieren juzgar) para juzgarlos: pero aquí no se trata de ejecución, se trata de las ideas (metafísicas) más abstractas que el hombre pueda concebir: aquí, crítica y discusión son sinónimos y discutir es (comparar) enfrentar las ideas propias con las de los demás.

- (74b) Expondremos en algunos artículos, por lo tanto, lo más general, lo más filosófico de las investigaciones (escritos) que mil circunstancias nos han impedido publicar antes. Los presentaremos solos, sin complicarlos con ejemplos y aperitivos [hors-d'oeuvres], que en los analistas ahogan, ordinariamente, las concepciones generales. Los expondremos, sobre todo, de buena fe sin torcer la vía que nos llevó ahí y (no queremos que el camino que hemos recorrido se pierda para el lector. Lo llevaremos por él para que pueda continuar: Con ello, nuestro deseo, [e indicando] (sobre todo) los obstáculos que nos han detenido. Queremos que el lector esté tan instruido como nosotros acerca de los temas que hemos tratado. Cuando este objetivo se cumpla, tendremos la conciencia de haber procedido bien, no tanto por el provecho que obtendrá la ciencia directamente, sino por el ejemplo evidente de una buena fe que no se ha encontrado (buscada) hasta ahora.

**Fragmentos**

- (80b) A (Aquí, como en todas las ciencias) Cada época tiene (de alguna manera) sus cuestiones del momento: hay cuestiones vivas que fijan, a la vez (todos los espíritus sin que) los espíritus (más claros, como a pesar de ellos) sin que ningún acuerdo haya presidido este concurso.

(Esto, esta admirable coincidencia tiene lugar ahora sin que, por ello, exista vínculo alguno entre los sabios sin que ninguno) Parece (frecuentemente) que las mismas ideas se aparecen a varios al mismo tiempo, como revelación (parece que una misma idea aparece a varios, como revelación ... En vano se alejarán los sabios, en vano ... Admirable coincidencia de la que, hasta ahora, la ciencia no ha sacado gran provecho ... Estas ideas están prescritas en las obras de quienes nos han precedido, sin saberlo sus autores) si se busca la causa, es fácil encontrarla en las obras de quienes nos han precedido, en donde estas ideas estaban prescritas sin saberlo sus autores.

La ciencia no ha sacado, hasta hoy, gran cosa de esta coincidencia observada con tanta frecuencia en las investigaciones de los sabios.

(Pertenería ... Vendrá un día, sin duda, en que se reconocerá que el sabio) Una competencia feroz, una rivalidad degradante han (hasta ahora, los principales frutos, porque todo) sido los frutos principales. No es, sin embargo, difícil reconocer, en este hecho (cómo sería fácil asegurar que el sabio no está (aislado) hecho más que otros para el aislamiento, que él también pertenece a su época, que tarde o temprano se duplicarán sus fuerzas) la prueba de que los sabios no están hechos, más que otros, para el aislamiento, es que ellos también pertenecen a su época y que, tarde o temprano, duplicarán sus fuerzas por asociación. Entonces, ¡cuánto tiempo ahorrado a la ciencia!

Muchas de estas cuestiones de nuevo género ocupan hoy a los analistas. A descubrir (un vínculo entre estas cuestiones) daremos ...

- (79a) B (No hay que quejarse) No nos quejaremos en modo alguno de la irregularidad de las obras de matemáticas que es inherente a la (libertad absoluta del sabio). Una teoría (nueva) es más bien (la búsqueda que la expresión de la verdad) y si se le

pudiera deducir (matemáticamente) regularmente de las teorías ya conocidas, no sería nueva.

(De lo que nos quejamos es de que el pensamiento que ha guiado al autor permanezca, casi siempre oculto). (Las ideas generales son el único método, solamente ellas pueden ocupar el lugar de un método pero, en lugar de ...).

- (80b) C (Se cree generalmente que las matemáticas son una serie de deducciones).

### Sobre la enseñanza de las matemáticas

(Carta aparecida en la *Gazette des Ecoles*  
el 2 de enero de 1831)

Señor redactor:

Le estaría muy agradecido si diera lugar a las reflexiones que siguen acerca del estudio de las matemáticas en los colegios de París.

En primer lugar, en las ciencias, las opiniones no cuentan para nada; los lugares [en los concursos] no podrían ser la recompensa por ver las cosas de tal o cual modo en política o en religión. Me informo si un profesor es bueno o malo y me inquieto muy poco acerca de su manera de pensar en asuntos extraños a sus asuntos científicos. Sin embargo, no era sin dolor e indignación que veíamos, durante la Restauración, que las plazas eran presa de quienes ofrecían, de hecho, ideas monárquicas o religiosas. Este estado de cosas no ha cambiado; la mediocridad cuya repugnancia es puesta a prueba en el nuevo estado de cosas, es todavía un privilegio y, sin embargo, las opiniones no deberían ser puestas entre lo que debe tomarse en cuenta pues de lo que se trata es de apreciar el mérito científico de los individuos.

Comencemos por los colegios. Ahí los estudiantes de matemáticas, en su mayoría, están destinados a la Escuela Politécnica, ¿qué se hace para colocarlos en estado de alcanzar su objetivo?, ¿se busca, acaso, hacerles concebir el verdadero espíritu de la ciencia por medio de la exposición de los métodos más simples?, ¿se hacen las cosas de manera que el razonamiento se transforme para ellos en una segunda memoria?, ¿no habrá, por el contrario, algún parecido entre la manera en que aprenden matemáticas y la manera en que aprenden las lecciones de francés o de latín? Antes, el estudiante habría aprendido de un profesor todo lo que le resultaba útil

saber; ahora falta el suplemento de uno o dos repetidores para preparar a un candidato a la Escuela Politécnica.

¿Hasta cuándo estarán las pobres gentes obligadas a escuchar o a repetir todo el día?, ¿cuándo se les dejará tiempo para que mediten sobre esta masa de conocimientos, para coordinar esta masa de proposiciones sin continuación, de cálculos sin ligazón?, ¿no habría alguna ventaja en exigir a los estudiantes los mismos métodos, los mismos cálculos, las mismas formas de razonamiento si [estos] fueran a la vez más simples y más fecundos? Pero no, se enseñan, minuciosamente teorías trucas y cargadas de reflexiones inútiles mientras se omiten las proposiciones más simples y más brillantes de álgebra. En lugar de ello, se demuestra, a gran costo, cálculos y razonamientos siempre largos, a veces falsos y corolarios cuya demostración cae por sí sola.

¿De dónde viene el mal? Ciertamente no [viene] de los profesores de los colegios; ellos muestran un celo muy laudable; son los primeros en gemir porque se ha hecho de la enseñanza de las matemáticas un verdadero oficio. La causa del mal habría que preguntarla a los libreros [editores] de los señores examinadores. Los libreros quieren gruesos volúmenes: mientras más cosas haya en las obras de los examinadores, más seguros estarán de una venta fructífera: he ahí porque vemos aparecer cada año las voluminosas compilaciones en donde se desfiguran los trabajos de los grandes maestros, al ponerlos al lado de los ensayos de los aficionados.

Por otro lado, ¿porqué los examinadores plantean cuestiones a los candidatos de manera tan retorcida? Parecería que les da miedo ser entendidos por aquellos a los que interrogan: ¿De dónde viene el hábito desgraciado de complicar las preguntas con dificultades artificiales?, ¿creerán acaso que la ciencia es demasiado fácil?, ¿qué sucede? El alumno se preocupa menos de instruirse que de pasar el examen. Le hace falta, sobre cada teoría, la repetición de cada uno de los cuatro examinadores; debe aprender los métodos por los que tienen afecto y saber, por adelantado, para cada pregunta y para cada examinador, cuáles son las respuestas y cuál su actitud. También es verdad que se ha fundado una ciencia nueva, que es más grande cada día y que consiste en conocer las aversiones y las preferencias científicas, las manías y los humores de los examinadores.

¿Sois lo suficientemente felices para salir vencedores de la prueba?, ¿habéis sido designados como parte de los doscientos géometras a quienes se presentan armas en París?, ¿creéis haber

llegado a la meta? Os equivocáis y esto os lo haré ver en una carta posterior.

E.G.

**Notas**

*ver todo, oír todo, no perder ninguna idea*  
29 Xbre 1831.

*Ciencias, jerarquía, escuelas.*

(81a) La jerarquía es un medio, incluso para el inferior.

(Quienquiera que no sea envidioso o tenga ambición requiere una jerarquía ficticia para vencer la envidia o los obstáculos).

Hasta que un hombre diga: la ciencia soy yo, debe tener un nombre con que oponerse a quienes combate. Si no, su ambición parecerá envidia.

Antes de ser rey es necesario ser aristócrata. Maquiavelo.

(La intriga es un juego. Si se merece lo que se intriga, se gana todo. Si no, se pierde la partida).

(He combatido) Se combate a los profesores por medio del Instituto, al Instituto por el pasado, al pasado con otro pasado.

(He aquí la marcha de) Víctor Hugo. Renacimiento, Edad Media, en fin, yo.

Es necesario combatir (un siglo con otro) un hombre con otro, que se deban atribuir las reacciones literarias o científicas que no son de larga duración. Aristóteles, Tolomeo, Descartes, Laplace.

(Los subalternos no entienden).

Este juego usa a quien de él se sirve. Un hombre que no es devoto es ecléctico.

Un hombre que tiene una idea puede escoger entre una reputación colosal de hombre sabio durante toda su vida o construir una escuela, callar y dejar un gran número de nombres para el porvenir. El primer caso tiene lugar si practica su idea sin emitirla, el segundo, si la publica. Hay un tercer medio, justo entre los otros dos, es publicar y practicar, entonces, uno es ridículo.

*Notas sobre Abel*

(63b) Abel parece ser el autor que más se ha ocupado de esta teoría. Se sabe que después de haber creído encontrar (una solución) la

resolución de las ecuaciones (generales) de quinto grado, este geómetra ha demostrado la imposibilidad de esta resolución. Pero en la memoria alemana publicada con este propósito, la imposibilidad en cuestión se prueba por razonamientos (simplemente) relativos al grado de las ecuaciones auxiliares. En la época de esta publicación, es seguro que Abel ignorara las circunstancias particulares de la resolución por radicales. No he hablado de esta memoria con el fin de declarar que no tiene ninguna relación con mi teoría.

En seguida ha demostrado la resolubilidad por radicales de ecuaciones particulares que difieren poco, por sus propiedades, de las ecuaciones binomiales, pero no deja nada sobre la discusión general del problema que nos ocupa. Pues, de una vez por todas, lo que nuestra teoría tiene de notable (es que en todos los casos responde sí o no).

(Según una carta particular dirigida de Abel a Legendre, anunciaba que había tenido el placer de descubrir una regla para reconocer si una ecuación era resoluble por radicales; pero la muerte anticipada de este geómetra privó a la ciencia de las investigaciones prometidas en la carta. No era, sin embargo, menos necesario dar solución a un problema [solución] que me resulta penoso (doloroso) poseer pues la debo a una de las pérdidas más grandes que habría podido tener la ciencia.

En todo caso, me será fácil probar que ignoraba el nombre de Abel cuando presenté mis primeras investigaciones sobre la teoría de ecuaciones al Instituto y que la solución de Abel no podría haber aparecido antes que la mía.)

### Notas

- 1 Los números corresponden a la numeración del manuscrito, "a" indica anverso, "b" indica reverso.
- 2 Los paréntesis "( )" indican adiciones, correcciones o fragmentos tachados en el original.
- 3 Los paréntesis "[ ]" son adiciones del editor.