Un seminario de filosofía de las matemáticas

La finalidad de este curso es la de familiarizar a los interesados con el estudio de los orígenes y consecuencias de las tres distintas escuelas filosóficas que surgieron en el seno de las matemáticas a principios del presente siglo. En particular, se analizarán las causas que motivaron el florecimiento de estas escuelas, así como sus principios básicos. Una vez puestas en entredicho las supuestas causas, entonces será posible entrever las posibles consecuencias de esta nueva interpretación histórica. El análisis se llevará a cabo a través del estudio de fuentes primarias y secundarias.

No habrá un libro de texto único, sino que cada semana se señalarán diversos ensayos que deberán ser leídos por todos los estudiantes. (Sin embargo, si los estudiantes desean consultar un libro en particular, entonces es recomendable la lectura de: Stephan Körner, *Introducción a la filosofía de las matemáticas*. México: Siglo XXI. 1968. Es importante notar que a pesar del título, el libro no es realmente una introducción y su lectura es de difícil comprensión.) El curso funcionará como seminario y será necesaria la participación de todos los estudiantes, pero no se asignará previamente a alguno de ellos el tema, sino que en el momento, el maestro solicitará a cualesquiera de ellos que expongan el contenido de las lecturas.

La evaluación estará determinada por los siguientes aspectos:
2 reseñas = 25% (c/u);
1 examen final = 50%.

Las reseñas deberán estar escritas a máquina, a doble espacio y tener una longitud mínima de cinco cuartillas y máxima de siete. Deberán estar adecuadamente documentadas y deberán, así mismo, desarrollar una crítica coherente y lógica —no necesariamente negativa. Se deberá consultar revistas profesionales en el área para analizar la presentación de las reseñas.

El curso estará integrado por los siguientes temas, que de alguna manera reflejan el trabajo que deberá llevarse a cabo cada semana durante el semestre. Anexa a la descripción de los temas se encuentra la lista de lecturas básica y mínima que deberá cubrirse con anterioridad a la clase.

TEMA 1. *Generalidades.* Bosquejo general de los fundamentos de las matemáticas. ¿Cuáles son las hipótesis básicas de este relato? ¿Cómo podrías sintetizar una "interpretación estándar" de este desarrollo?

Lecturas:

Howard Eves, *An introduction to the history of mathematics.* New York: Hold, Rinehart & Winston. 1976. (4th. ed.). Cap. 15, pp. 473-483.

Morris Kline, *Mathematical thought from ancient to modern times.* Camb., Mass.: Oxford University Press. Cap. 51, pp. 1182-1187 y 1192-1211.

Abraham A. Fraenkel, "The recent controversies about the foundations of mathematics". *Scripta Mathematica,* 13 (1947), 17-36.

Robert Bunn, "Los desarrollos de la fundamentación de la matemática desde 1870 a 1910". Contenido en: Ivor Grattan-Guinness (Editor), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica.* Madrid: Alianza Editorial. 1984. Colec. Alianza Universidad 387. Cap. VI, pp. 283-327.

TEMA 2. *Algunos aspectos biográficos de Cantor.* La literateura matemática ha formado una imagen desfavorable de la personalidad de Cantor, así como del posible efecto que tuvo la personalidad del padre de Cantor y las críticas de sus colegas sobre su carrera profesional, y de sus frecuentes estancias en una clínica para enfermos mentales.

Lecturas:

Eric T. Bell, *Los grandes matemáticos.* Buenos Aires: Ed. Losada. Cap. XXXIX, pp. 643-670.

Ivor Grattan-Guinness, "Towards a biography of Georg Cantor". *Annals of Science,* 27 (1971), 345-391.

Joseph W. Dauben, *Georg Cantor: his mathematics and philosophy of the infinite.* Camb., Mass.: Harvard Univeristy Press. 1979. Cap. XII, pp. 271-299.

TEMA 3. *Generalidades de la teoría de los números cardinales y ordinales transfinitos.* Breve bosquejo de algunos de los resultados más importantes —y que mayores implicaciones han tenido para el desarrollo de los distintos estudios sobre los fundamentos de las matemáticas.

Lecturas:

Hans Hahn, "El infinito". Contenido en: James R. Newman (Editor), *Sigma: el mundo de las matemáticas*. Madrid: Ed. Grijalbo. 1974. Vol. IV, pp. 384-401.

Joseph Dauben, "Georg Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos". *Investigación y Ciencia*, Nº 83 (agosto 1983), 82-93.

TEMA 4. *El Grundlagen de Cantor.* En este artículo Cantor defiende su aceptación del infinito actual como un objeto existente en matemáticas. Expresa sus ideas sobre la Hipótesis del Continuo y lo que posteriormente se llamaría el Teorema del Buen Orden.

Lecturas:

Georg Cantor, "Foundations of a general history of manifolds". *The Campaigner*, 9 (1976), 69-96.

Kurt Gödel, "¿Qué es el problema del continuo de Cantor?" Contenido en: Kurt Gödel, *Obras completas*. Madrid: Alianza Editorial. 1981. Colec. Alianza Universidad 286, pp. 337-362.

David Hilbert, "Mathematical problems". *American Mathematical Society Bulletin*, 8 (1902), 437-479 (leer únicamente lo relacionado con el primer problema, pp. 437-447).

Joseph Dauben, *Georg Cantor: his...* Cap. V, pp. 95-119.

TEMA 5. *El Beiteräge de Cantor.* En esta su obra final, Cantor expuso su manera de construir los números cardinales finitos y, demostró, entre otras cosas, que existen conjuntos cuyo número cardinal no es finito y que posen otras características.

Lecturas:

Georg Cantor, *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers*. New York: Dover. Primero y segundo artículos, pp. 85-136 y 137-208.

Joseph Dauben, *Georg Cantor: his...* Caps. 8 y 9, pp. 169-218.

TEMA 6. *Burali-Forti y Cantor: el origen de las paradojas.* El estudio de diversas fuentes primarias nos permitirán juzgar en qué términos Burali-Forti y Cantor pensaron haber descubierto las paradojas de la teoría de conjuntos.

Lecturas:

Irving Copi, "The Burali-Fortei paradox". *Philosophy of Science*, 25 (1958), 281-286.

Cesare Burali-Forti, "A question on transfinite numbers". Contenido en: Jean van Heijenoort, *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1931*. Camb., Mass.: Harvard University Press. 1967, pp. 104-111.

Alberto Dou, *Fundamentos de la Matemática*. Barcelona: Labor. Colec. Nueva Colección Labor 117. 1979, pp. 65-68.

Georg Cantor, "Letter to Dedekind". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 113-117.

TEMA 7. *La tradición italiana.* El trabajo de Peano y el de su escuela italiana. Sus intentos por construir un nuevo lenguaje universal, y la elaboración de sus famosos axiomas.

Lecturas:

Hubert C. Kennedy, "The mathematical philosophy of Giuseppe Peano". *Philosophy of Science*, 30 (1963), 262-266.

———, "What Russell learnt from Peano". *Notre Dame Journal of Formal Logis*, 14 (1973), 367-372.

Giuseppe Peano, "The principles of arithmetic, presented by a new method". Contenido en: Hubert C. Kennedy (Editor), *Selected works of Giuseppe Peano.* Toronto: University of Toronto Press. 1973, pp. 101-134.

———, "The principles of mathematical logic". Contenido en: Hubert C. Kennedy, *op. cit.*, pp. 153-161.

TEMA 8. *Frege: otra perspectiva del concepto de número.* De acuerdo con Russell, dos fueron sus principales influencias para la creación de una nueva filosofía de las matemáticas: Peano y Frege. En este caso, se analizará el punto de vista de Frege y cómo era que éste pensaba fundamentar el concepto de número.

Lecturas:

Michael D. Resnik, *Frege and the philosophy of mathematics.* Ithaca: Cornell University Press. 1980. Caps. IV y V, pp. 137-211.

Gottlob Frege, *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos.* México: U.N.A.M. Instituto de Investigaciones Filosóficas. 1972, pp. 107-133 y 165-195.

TEMA 8. *Los principios de las matemáticas de Bertrand Russell.* Este libro contiene la primera exposición sistemática y popular de las implicaciones de los resultados de Georg Cantor para la nueva filosofía de las matemáticas.

Lecturas:

Bertrand Russell, *Los principios de las matemáticas*. Madrid: Espasa-Calpe. 1967. (2ª ed.). Libro II, Caps. XI-XVIII y Parte V, Caps. XXXVII-XLIII, pp 145-189 y 350-419.

Kurt Gödel, "La lógica matemática de Russell". Contenido en: Kurt Gödel, *op. cit.*, pp. 295-327.

Tema 10. *El teorema del buen-orden de Zermelo y algunas de las polémicas que generó.* En 1904 Ernst Zermelo demostró por primera vez el teorema del buen-orden haciendo uso explícito del axioma de elección. La publicación de esta nota provocó fuertes disputas entre matemáticos alemanes, franceses e ingleses, al menos.

Lecturas:

Ernst Zermelo, "Proof that every set can be well-ordered". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 139-141.

Gregory Moore, *Zermelo's Axiom of Choice*. New York: Springer-Verlag. 1982. Colec. Studies in the History of Mathematics and the Physical Sciences, Nº 8, Cap. II, pp. 85-141.

Tema 11. *Primeras discusiones de las paradojas como consecuencias de las polémicas en torno del teorema del buen-orden.* Las paradojas fueron conocidas por la mayoría de los miembros de la comunidad matemática como consecuencia de las discusiones en torno a la prioridad en torno a la demostración del teorema del buen-orden.

Philip Jourdain, "On a proof that every aggregate can be well-ordered". *Mathematische Annalen*, 60 (1905), 465-470.

Henri Poincaré, "Les mathematiques et la logique". *Revue de Métaphysique et de Morale*, 13 (1905), 450-464. Traducción al español en: Henri Poincaré, *Ciencia y método*. Madrid: Espasa-Calpe. Colec. Austral Nº 409. Libro II. Cap. III, pp. 111-123.

Louis Couturat, "Pour la logistique". *Revue de Métaphysique et de Morale*, 14 (1906), 208-250. Traducido al inglés por Philip Jourdain, *The Monist*, 22 (1912), 481-523.

Tema 12. *El surgimiento de otras paradojas: las semánticas.* Hasta ahora se ha supuesto el desarrollo de las paradojas no lógicas o semánticas como una simple consecuencia directa de las ya descubiertas por Burali-Forti, Cantor y Russell. Sin embargo, la lectura de las fuentes originales nos muestran que otros fueron sus orígenes.

Lecturas:

Bertrand Russell, "On some difficulties in the theory of transfinite numbers and order types". *Proceedings of the London Mathematical Society,* 4 (1906), 29-53.

Carta de G. G. Berry a Bertrand Russell, 21 de diciembre de 1904. (Aún no publicada).

Jules Richard, "The principles of mathematics and the problems of sets". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.,* pp. 142-144.

TEMA 13. *Otras paradojas semánticas y su primera clasificación.* Otras paradojas semánticas surgieron como consecuencia de las anteriores. Algunos de estos resultados fueron descubiertos por distintos matemáticos simultáneamente.

Lecturas:

Jules Konig, "On the foundations of set theory and the continuum hypothesis". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.,* pp. 145-149.

A. C. Dixon, "A question in the theory of aggregates". *Proceedings of the London Mathematical Society,* 4 (1907), 317-319.

Alejandro Garciadiego, "The origin of some of the nonlogical set theoretic paradoxes". *Historia Mathematica* (1985).

TEMA 14. *Logicismo.* Orígenes, principios y consecuencias del desarrollo del logicismo para la filosofía de las matemáticas. Estudio crítico de sus antecesores.

Lecturas:

Bertrand Russell, "Recent work on the principles of mathematics". *International Monthely,* 4 (1901), 83-101. Reimpreso como: "Mathematics and the metaphysicians", y contenido en Russell.

————, *Los principios de las matemáticas.* Madrid: Espasa-Calpe. 1967. (2ª ed.). Parte I. Caps. I-X, pp. 27-142.

————, "The study of mathematics". *New Quarterly,* 1 (1907), 29-44.

TEMA 15. *El formalismo.* Principios básicos del formalismo. Estudio de las razones por las cuales David Hilbert decidió dedicarse al estudio de los fundamentos de las matemáticas.

Lecturas:

David Hilbert, "On the foundations of logic and arithmetic". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 129-138.

———, "On the infinite". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 369-392.

———, "The foundations of mathematics". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 464-479.

TEMA 16. *El intuicionismo de Brouwer.* ¿Cómo es como surgen las primeras ideas de Brouwer? Al igual que el formalismo, algunas de sus raíces se encuentran fuertemente arraigadas en el idealismo kantiano. Su crítica y polémica con el formalismo.

Lecturas:

L. E. J. Brouwer, "Intuitionism and formalism". *American Mathematical Society Bulletin*, 20 (1913), 81-96.

———, "On the significance of the principle of excluded middle in mathematics, specially in function theory". Contenido en: Jean van Heijenoort, *op. cit.*, pp. 334-341.

———, "Historical background, principles and methods of intuitionism". *South African Journal of Science*, 49 (1952), 139-146.

TEMA 17. *¿Cómo es como surgen las matemáticas?* Se discuten algunos aspectos que pretenden explicar cómo es como surgen las nuevas matemáticas.

Lecturas:

Jacques Hadamard, *Psicología de la invención en el campo matemático*. Buenos Aires: Espasa-Calpe, 1947. Prefacio, Introducción y Caps. I-IX, pp. 11-224.

Hilary Putnam, "The 'corroboration' of theories". Contenido en: Ian Hacking (Editor), *Scientific revolutions*. Camb., Mass.: Oxford University Press. Cap. III, pp. 60-79.

Larry Laudan, "A problem-solving approach to scientific progress". Contenido en: Ian Hacking, *op. cit.*, Cap. VII, pp. 144-155.