

Ernst E. Kummer Complete Works

por Harold M. Edwards

Ernst Eduard Kummer. Escritor, recopilador. Vol. 1. *Construcciones a la Teoría de Números*. Editado por André Weil-Berlin. Heidelberg, New York 1975, (Springer-Verlag), 957 p.
Revisado por Harold M. Edwards, Universidad de New York, N.Y. 10012.*

En el Congreso Internacional de Matemáticas en Vancouver había una galería de retratos de famosos matemáticos desaparecidos. No había ahí ningún retrato de Kummer.

La bien conocida gráfica histórica de los "Hombres en las Matemáticas Modernas" producida por IBM, y por Eames y Redheffer no hace mención de Kummer. Estos hechos seguramente asombrarían a un matemático del siglo XIX, ya que no sólo por sus logros Kummer podría competir con cualquiera de sus contemporáneos —incluyendo a Dirichlet y Riemann—, sino que además en su época tuvo una enorme influencia como el matemático líder e importante administrador de la prestigiada Universidad de Berlín y en la Academia de Ciencias de Berlín.

La iniciativa de André Weil por sacar a la luz las *Obras escogidas de Kummer* y su magistral y estimulante introducción al primer volumen harán mucho para aumentar la apreciación del trabajo de Kummer y restaurarlo en el lugar apropiado dentro de la constelación de matemáticos alemanes del siglo XIX.

* (Copyright © 1975 by Academic Press, Inc.)

Aunque hay poco material que no estuviese ya disponible en la mayoría de las bibliotecas de investigación, su colección en un volumen y la cuidadosa atención que Weil ofrece tendrá ciertamente un gran impacto psicológico entre matemáticos e historiadores de las matemáticas. Aquellos que creemos en la importancia de leer a los antiguos maestros debemos aplaudir cuando un matemático de la estatura de Weil concluye su introducción diciendo a su lector que "aún después de 100 años, un atento estudio puede remunerar ricamente los esfuerzos del lector".

Se incluyen en el volumen las cartas de Kummer a Kronecker que publicó Hensel en 1910. Weil dice al principio de su introducción que en estas cartas "podemos seguir, algunas veces día con día el progreso [de Kummer] en la Teoría de números", y demuestra cuán verdadero es esto en el recordatorio de la introducción, que están intercalando entre las cartas y los escritos a los que corresponde, junto con explicaciones y traducciones a la terminología moderna. De esta manera Weil rastrea toda la carrera de Kummer en la Teoría de Números, que se inicia "con seriedad" en 1842 con un escrito sobre residuos cúbicos y culmina con sus escritos de 1859 sobre la ley de reciprocidad general. También explica cómo, aunque este último escrito aparece en un principio como la consumación de todos los esfuerzos de Kummer ("la bandera de Kummer se puede colocar en la cumbre"), a los ojos de los investigadores contemporáneos de teoría de números, la ley de reciprocidad de Kummer es de mucho menos interés que las técnicas que necesitaba desarrollar para probarla ("los ricos territorios que tuvo que explorar durante esta campaña de diez años"). Esto no es sólo un acto de altanería, en realidad. Los profundos fenómenos que Kummer estudiaba, y que forma una parte importante de lo que ahora se denomina Teoría de Campo, sencillamente no encajan bien en el formato de una "ley de reciprocidad" como la que Kummer se esforzó tanto en desarrollar.

En este excelente trabajo de condensación y exposición Weil hace algunas declaraciones que podrían ser criticables. Por ejemplo, se refiere en la página 1 al "brillante uso del análisis p-ádico" de Kummer y explica más tarde, en una forma brillante y convincente, exactamente lo que quiere decir con esto, pero su terminología anacrónica (Hensel inventó los números p-ádicos en los años de 1880s, mucho después del trabajo de Kummer descrito por Weil) crea serias confusiones en los lectores menos familiarizados que A. Weil con la historia de la teoría de números.

Weil dice que Hilbert en su *Zahlbericht* muestra su falta de simpatía por el estilo matemático de Kummer "muy clara a través

de unas referencias algo rencorosas sobre Kummer". Por mi parte, no encuentro evidencia de esto. Las referencias sobre Kummer son numerosas y aún cuando Hilbert corrige un error en el trabajo de Kummer, no muestra ninguna mala voluntad hacia él, en realidad le brinda la atención de la más cuidadosa lectura a sus trabajos sobre teoría de números. Para mí es más factible que el descuido posterior de Hilbert por Kummer y sus descendientes matemáticos, Kronecker y Hensel, deriva de causas distintas a su disgusto por el "análisis p-adico". Una de las causas podría ser la creencia de que su *Zahlbericht* eliminó la necesidad por escritos anteriores sobre el tema.

Kummer escribió a Kronecker en 1846, contándole que mientras estaba en Berlín había visitado a Dirichlet y se había "Brüderschaft gemacht". Que Weil traduce diciendo que Kummer y Dirichlet llegaron a ser "hermanos de sangre" y lo interpreta como un signo del rápido aumento del prestigio de Kummer como matemático. Como yo lo entiendo, la frase se refiere a un brindis por que en el futuro los participantes se tutearán. Es más probable que Kummer y Dirichlet tuviesen este trato familiar en base a su relación (sus esposas eran primas hermanas y lo que Kummer dice en realidad es: que era como primos que él y Dirichlet habían "Bruderschaft gemacht") que en base a sus trabajos matemáticos. La relación entre Dirichlet y Jacobi era muy cercana, tanto matemática como personal, aunque nunca llegaron al punto de tutearse.

El índice del volumen hubiera sido de uso más práctico de haber incluido los diarios, fechas y páginas de publicación originales de sus artículos, en lugar de incluir sólo los títulos y los números correspondientes en la bibliografía de Lampe. La práctica de Kummer —y de la mayoría de los escritores— es la de hacer referencia a sus otros escritos, no por el título, sino por el lugar y fecha de su publicación y la organización del presente volumen hace necesario que el lector consulte la bibliografía de Lampe para obtener el número del artículo y entonces buscarlo en la tabla de contenido.

Las notas son muy escasas, pero algunas son muy importantes. La falacia de la prueba original de Kummer del teorema fundamental sobre el que descansa la teoría de los "números ideales complejos" (notas de págs. 195, 213, 396, 575) quizás debieran mencionarse con mayor énfasis en la introducción. Weil dice (p. 6) únicamente que la prueba del teorema "le causó problemas a Kummer"; que no fue sino hasta 1856 que dio "un tratamiento completo y correcto", es decir, una prueba correcta de un teorema que había postulado 10 años antes, y que Kummer "reconocía

virtualmente" el vacío de su prueba original. Concluye, "que aquel que no sea culpable de un error más serio, que arroje la primera piedra".

De hecho, Kummer todavía en 1856, dijo (publicado en 1857, ver p. 575) que tenía "strengbewisen" un teorema buscado desde 10 años atrás cuando en realidad no lo tenía, y Weil encuentra su "virtual reconocido" de el error en la afirmación de Kummer que daría ahora "völlständigere Begründung" de la teoría.

(En realidad Kummer dijo, "einer näheren Aufklärung und vollständigeren Begründung" que suena aún menos parecido a "virtualmente reconocido".) Los asuntos de culpa y de arrojar piedras no deben ser de primordial interés aquí. Lo que es importante es comprender la naturaleza de Kummer, el papel que desempeñó en el desarrollo de sus ideas, la forma en que descubrió su error (Weil seguramente está en lo cierto cuando dice que fue la elaboración de la teoría de "números ideales complejos" en campos generales cyclotómicos en el artículo [44] que revelan el vacío), y quizás lo más importante de todo, la actitud de Kummer y sus contemporáneos hacia errores en general. Existen borradores no publicados de cartas escritas por Kummer a Cauchy y Hermite (Archivos de la Academia de Ciencias de la R.D.A., Nachlass Dirichlet 51) en los que admite que la prueba en cuestión es "unvollständig" y, "pas parfaitement rigoreuse". ¿Por qué admitió esto en cartas y no en publicaciones? ¿Es el sentimiento de que uno no puede nunca admitir un error bueno o malo en las matemáticas?

Según reporta Dickson, Mertens publicó un artículo en 1917 en el que afirma que una fórmula de Kummer (la congruencia en la página 526 que tiene $(\lambda-1) \log (\Phi(\alpha) / \Phi(1))$ sobre el lado izquierdo) no es siempre válida, y Vandiver en 1920 publicó un artículo en el que éste y otro vacío aparente vicia los argumentos en el artículo de Kummer (número [48]) dedicado a probar, entre otras cosas, el Último Teorema de Fermat, para los exponentes irregulares primos 37, 59 y 677 menores que 100.

Por desgracia las notas de Weil no dicen nada sobre estas críticas al trabajo de Kummer. Aún si las considera engañosas, y que no puedan tomarse en serio, son lo suficientemente conocidas y necesitan refutarse.

Un pequeño detalle, pero que vale mencionarse, es el hecho de que en algunos lugares (pág. 544 y pág. 891) Kummer publicó correcciones a sus cálculos del primer factor del número de clase (pág. 459 y pág. 885 respectivamente). Desde luego, debería haber

notas en los lugares en los que ocurren los errores refiriendo al lector a las correcciones, o, mejor aún, el valor correcto debería insertarse, con una nota explicativa. (Un tercer error en los cálculos de Kummer fue notado por Hasse (1962), quien encontró que $p'(68) = 2^2$ en vez de 2^3).

El volumen incluye el contenido completo del volumen *Festschrift* publicado por Hensel en conmemoración del 1er. centenario de Kummer (1910). El *Gedachtnisrede* de Hensel en este volumen es la primera mención del ahora ubicuito de que Kummer una vez creyó tener una prueba del Último Teorema de Fermat y que la prueba fue refutada por Dirichlet, quien señalaba que Kummer asumía la factorización única en primos para integrales ciclotómicas. Por razones que expliqué en mi artículo [1975], creo que esta historia es mito y lamento que se cuente aquí, una vez más, como un hecho histórico, no sólo en la conferencia de Hensel sino que también en la introducción de Weil (p. 3). La nota de Weil en la página 3 es desde luego un error, porque Eisenstein, en la mencionada carta, se refiere a otro trabajo de Kummer que recientemente salió a la luz [ver Edward, 1975, Apéndice II].

Sin embargo estas críticas son secundarias, el volumen y su introducción son ampliamente recomendables; todo teórico de los números debe estudiarlas y toda biblioteca matemática debe poseer una copia.

REFERENCIAS

- DICKSON, L. E., *History of the Theory of Numbers*, 1920, Cornegie Institute.
 EDWARDS, H. M., *Arch. for His. Exact Sci.* 1975, 14- 219-236.
 HASSE, E., *Oberdie Klassen Zahl Abelscher Zahlkörper*, Berlin, 1952 (Akademie-Verlag).
 MERTENS, F., *Sitzongber Akad. Wiss. Wien (Math)*, 126, IIa, 1917, pp. 1337-43.
 VANDIVER, H. S., 1920, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, pp. 6, 226-269.